

解析时空理论（一）

作者：崔思珑 博士

人类对于时空结构的科学认识是从本世纪初狭义相对论的建立开始的，狭义相对论揭示了空间、时间和物质运动的联系，并首次提出**相对运动的两个不同坐标系对“同一时空事件”的描述不同这一相对时空观念，这是人类时空观的一次飞跃**。在此之后，爱因斯坦把引力场和时空几何相结合，建立了广义相对论；即研究非惯性系的时空关系问题。广义相对论认为任何物质的运动都与引力场有关，我们生活在一个弯曲的黎曼空间。此后，科学家们进行了各种实验，其结果表明：广义相对论的判断是正确的，这无疑确立了相对论在时空研究领域的地位。我们在学习和研究相对论过程中一直对爱因斯坦的深邃思想表示敬佩，感谢这位伟人对科学所做出的巨大贡献。

如果从另一个角度看待时空理论的发展和创新这一问题，我们又多少感到有些困惑。自从广义相对论建立以来的几十年间，对相对论时空问题的研究虽取得某些进展，但是许多复杂的时空结构问题我们依旧没有搞清楚，“时空大厦”的基础是什么我们更是一无所知，经研究发现，相对论对时空结构的描述仅仅是初步的，狭义相对论的洛伦兹变换在理论完备性方面甚至存有缺陷，许多时空问题从相对论自身无法找到正确答案：

1. 相对论的收缩因子 $\sqrt{1-v^2/c^2}$ 的物理含义是什么？
2. 在洛伦兹变换中，与相对速度 u 相垂直方向的量 y 和 z 同动系中的 y' ， z' 相等，这一判断的理论依据是什么？
3. 谱线红移现象在理论上是否还有其它解释？（多普勒效应不能完全解释红移量问题）
4. 狭义相对论告诉我们相对运动的两个不同坐标系对时间、空间的描述是不同的，那么我们还要问“**相对运动的两个不同坐标系对相对速度的观测结果是否相同**”？
5. 广义相对论认为，由于引力场的存在，使空间弯曲，水星轨道的摄动是由于水星沿弯曲时空的短程线（测地线）运动，因此会产生 $43''$ /世纪的进动；那么引力如何使时空弯曲？这一现象的本质原因是什么？
6. 引力场的度规张量 $(g_{\mu\nu})$ 有无一般解？条件是什么？
7. 假设一列火车以速度 v_1 高速行驶，火车上载着一辆汽车以速度 v_2 与火车相对运动，同时汽车上又射出一物体，其相对汽车的速度为 v_3 ，那么这物体的运动如何描述？如果汽车是以加速度 a 行驶，射出的物体与汽车的运动方向有一角度 β ，该物体的运动方程怎样建立？

显然，对于上述时空问题的解答已完全超出了相对论涉及的范畴，要系统全面地回答上述问题，我们必须跳出相对论的理论框架，建立一个新时空体系。该体系涉及的时空问题从广度和深度上都远远超过现有理论，并将现有时空理论——相对论纳入其特例范围。基于此目的，本文向您介绍一个新的时空理论，由于篇幅过长，本文将分为几个部分，第一章主要涉及惯性和非惯性时空，第二章则统一了量子力学的全部基础。

第一章 解析时空理论的建立

定义： 设两直角坐标系 (S') 和 (S) ， (S') 为运动系， (S) 为观测系。 (S') 中的长度 l' 为固有长

度，时间 t' 为固有时间； l' ， t' 表示 (S') 相对于 (S) 静止状态下的长度和时间；当 (S') 相对于 (S) 运动时，在 (S) 中测量 (S') 中的长度 l 和时间 t' ；测量结果为 l ， t ，则 l 为观测长度， t 为观测时间， l 、 t 均为观测值。

下面给出解析时空理论的两条基本原理：

(I). **时空面积相等原理**——运动系 (S') 及观测系 (S) 中的长度与时间的乘积为时空面积 S' 或 S 。运动系 (S') 相对观测系 (S) 静止或运动状态下，时空面积是不变量；即对任意 (l', t') ，均有等式 $l' t' = l t$ 成立，上述原理的坐标方法表述为：

在 (S') 中任选一点 (l_1', t_1') ，那么在 (S) 中至少存在一点 (l_1, t_1) 满足等式：
 $l_1' t_1' = l_1 t_1$ 成立。见图 1-1。

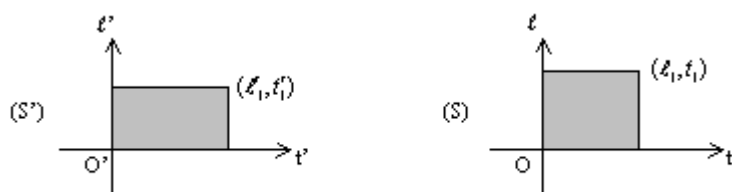


图 1-1

(II). **时空偏转原理**——若运动系 (S') 相对观测系 (S) 运动，在某一时刻相对速度为 u 或 u' ，那么运动系 (S') 与观测系 (S) 沿相对运动产生偏转，偏转角 θ 为时空偏转角，时空偏转角的大小与相对速度 u （或 u' ）有关，其正弦值与相对速度运动方向 u （或 u' ）成正比，即 $\sin\theta = u/c$ ，（或 $\sin\theta = u'/c'$ ）， c 为光速。

图 1-2 表示 (S') 与 (S) 与原点重合时的偏转情况

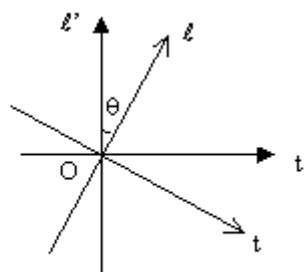


图 1-2

时空面积不变原理 (I) 和时空偏转原理 (II) 是我们研究时空问题的基本原理。根据这两条原理，我们下面找出 (S') 与 (S) 的时空关系式。

设 (S') 与 (S) 在某时刻原点重合， (S') 与 (S) 的相对速度为 u ， l 与 u 方向相同，根据原理 (II)， (S') 与 (S) 产生偏转，如图 1-3：

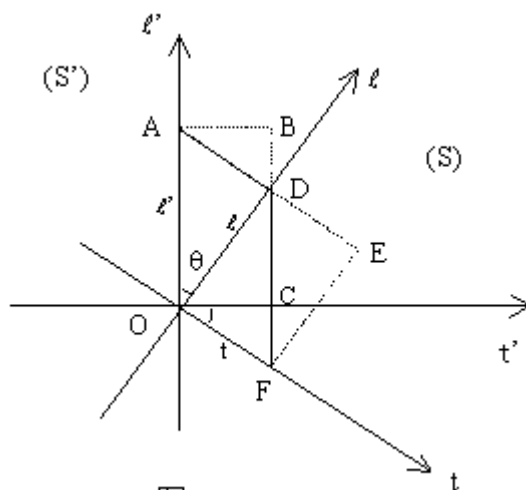


图 1-3

从图中我们可以得到以下结果:

$$OD = OA \cos \theta$$

$$\text{令: } OD = l \quad OA = l'$$

$$\text{则上式 } l = l' \cos \theta \quad (1-1)$$

又根据原理(I), (S')中的时空面积 S'_{ABCO} 与 (S) 的 S_{DEFO} 相等,

所以 $tl = t'l'$, $t = t'(l'/l)$, 将(1-1)式代入

$$\text{得 } t = t' / \cos \theta \quad (1-2)$$

由原理 (II) 知: $\sin \theta = u/c$,

$$\therefore \cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$$

$$\cos \theta = \sqrt{1 - (u/c)^2}$$

则式(1-1) 和(1-2) 为:

$$l = l' \sqrt{1 - u^2/c^2} \quad (1-3)$$

$$t = t' / \sqrt{1 - u^2/c^2} \quad (1-4)$$

图1-3表明关系式 $\cos\theta = l/l' = t'/t$ 以及其中的 θ 与原理(II) $\sin\theta = u/c$ 中的 θ 相同。(1-3)、(1-4) 这两个等式是狭义相对论的基本公式，也是解析时空理论研究时空问题的出发点。在本文中，您将逐步看到狭义相对论的普遍结论——动尺缩短，动钟延缓效应，正是由于时空偏转所致，狭义相对论的收缩因子即为解析时空的偏转因子。

下面我们求出(S')与(S)的速度关系式（非坐标关系式）：

由(1-1)式： $l = l' \cos\theta$ ，我们选 l_1 和 l_2 ($l_1 \neq l_2$)

则 $l_1 = l'_1 \cos\theta$ ， $l_2 = l'_2 \cos\theta$

两式相减 $l_2 - l_1 = (l'_2 - l'_1) \cos\theta$

$$\Delta l_{21} = \Delta l'_{21} \cos\theta \quad (1-5)$$

当 $\Delta l_{21} \rightarrow 0$ 时，

$$dl = dl' \cos\theta \quad (1-6)$$

同理由(1-2)式可得到

$$dt = dt' / \cos\theta$$

$$dt'/dt = \cos\theta \quad (1-7)$$

则式(1-6)关于 t 微分有

$$dl/dt = \cos\theta dl'/dt$$

将(1-7)代入则有

$$\frac{dl}{dt} = \cos\theta \frac{dl'}{dt'} \frac{dt'}{dt}$$

$$dl/dt = \cos^2\theta dl'/dt'$$

$$\therefore u = u' \cos^2\theta \quad (1-8)$$

当 u 与 u' 相反时，

$$u = -u' \cos^2\theta \quad (1-9)$$

(1-8)式表示的含义为当(S')相对(S)运动时，若(S')内有一运动速度 u' ，那么这个速度在(S)内的相应速度为 u (u 不是坐标意义上的 u_x)， u 的数值由(1-8)式决定。

本文的前面提到了洛伦兹变换存在理论缺陷，下面我们就讨论这个问题：在我们所见到的所有教科书及介绍相对论的书籍中，关于洛伦兹变换都用到下面的两个方程式，洛伦兹变换的全部结果也是由这一方程组联立得出的结果：

$$\begin{cases} x = ut + x' \sqrt{1 - u^2/c^2} & (1-10) \\ x' = x \sqrt{1 - u^2/c^2} - ut' & (1-11) \end{cases}$$

(1-11)式是将(1-10)式中所有不带撇的量与带撇的量对换，且 $u = -u'$ ， $u'/c = u/c$ 。洛伦兹变换并没有解释为什么 $u = -u'$ ，这是因为 $u = -u'$ 是我们千百年来熟知的“常识”。即(S')与(S)间的相对速度大小相等，方向相反。[注：在教科书一般都这样写：将不带撇的量与带撇的量对换，并把 u 换成 $-u$ ，实际上仍是 $u = -u'$]

(1-10)与(1-11)方程组看上去似乎没什么问题，首先我们把上式写成如下形式：

$$\begin{cases} x = ut + x' \cos\theta & (1-12) \\ x' = x \cos\theta - ut' & (1-13) \end{cases}$$

式中 $\cos\theta = \sqrt{1 - u^2/c^2}$

将(1-13)乘以 $\cos\theta$ 再整理后有：

$$\begin{cases} x' \cos\theta + ut = x & (1-14) \\ x' \cos\theta + ut' \cos\theta = x \cos^2\theta & (1-15) \end{cases}$$

由式(1-2) $t' = t \cos\theta$ 代入(1-15)，并将(1-14)、(1-15)两式相减

$$ut - ut \cos^2\theta = x - x \cos^2\theta$$

$$ut(1 - \cos^2\theta) = x(1 - \cos^2\theta)$$

$$x = ut \text{ 或 } t = x/u$$

这是我们得到方程的一个解，但这个解对我们来说没有什么意义。我们还可以得到方程组的其它解（包括洛伦兹变换），也就是说方程组(1-10)、(1-11)是多解方程组。由线性代数方法分析知齐次线性方程组(1-10)、(1-11)的秩 $r < n$ ，故该方程组有无数解；这样，洛伦兹变换的正确性是值得怀疑的。经慎重的分析后，我们得出以下结论：

- A. 洛伦兹变换中有关(S')与(S)的运动方程的解是个近似解。
- B. 洛伦兹变换(1-11)式中，关于 ut' 一项，由于 u 与 t' 的单位不同， ut' 不能表示两坐标系(S')与(S)原点的 $0'$ 与 0 的距离。故该方程的表达式有问题。
- C. 洛伦兹变换中，认为相对速度（或称牵连速度） $u = -u'$ 是不正确的；在低速时 ($u \ll c$)， u 与 u' 只是近似相等。

对于 $u \neq -u'$ 问题，必须做进一步的说明。例如：一列从火车站驶出的火车，速度为80千米/小时，火车上的人与车站上的人都认为这个速度即为彼此间的相对速度， u 与 $-u'$ 是“当然相等”的。但问题并不这么简单，火车在对地面坐标系的

速度为80km/h，而在火车这个运动系上的观测者测出车站的退行速度为80km'/h'，80km/h与80km'/h'完全是两个不同概念，其关键在于m/h与m'/h'是否相等？火车上的人测量速度用的米尺和钟表与地面上的人用的米尺和钟表究竟是否相同？

由于我们生活在一个低速世界，我们无法感受到不同坐标系对于同一速度的描述有何差异，目前也找不到能感受这一差异的运动系(S')，我们周围的事物的运动速度与光速c相比实在太小。因此，我们会轻易地得出结论：火车上下的两个人所用的尺子和钟表没有区别，故 $u=-u'$ （将相对速度绝对化），这是低速思维的必然产物。实际上，在洛伦兹变换中，我们已经意识到在牵连速度 u_e 并非远小于光速c时，描述物体的运动不能简单地用速度合成法 $v_a = u_e + v_r'$ 。但在如何看待牵连运动的问题上，洛伦兹变换仍没有完全摆脱低速思维的影响，这是由于牵连运动 $u \neq -u'$ 比其他问题更难以理解。在一般情况下，不同坐标系的观察者描述“同一事件”诸如时间、空间(包括点)、速度和加速度等，其结果都是不同的。没有绝对的时间、空间、速度和加速度，牵连速度也不例外。之所以有这样的结论，根本原因在于运动系(S')与观测系(S)由于存在相对运动而发生了整个时空体系的偏转，(m/h与m'/h'不等)，所以， u 与 u' 的方向是不同的，需要加偏转系数 $\cos^2\theta$ ， u 与 u' 方可相等。(关于 $u \neq -u'$ 问题的详细讨论请见本文附页)

因此，我们必须对洛伦兹变换(1-12)，(1-13)方程组进行修改。即(S')与(S)的时空关系应由以下方程组确定：

$$x = x'\cos\theta + ut \quad (1-16)$$

$$x' = x\cos\theta + u't' \quad (1-17)$$

将(1-16)式中带撇的量与不带撇的量对换即为(1-17)，表示在不同坐标系下时空的对称性，这也是在不同参照系下对描述同一类时空事件的必然要求。而洛伦兹变换(1-12)，(1-13)式为满足所谓 u 与 u' 的对称性，两个方程式却不对称，显然在不同坐标系下其结论是不同的。因此，洛伦兹变换不可能得出‘唯一’的正解！

由(1-17)得 $x=(x'-u't')/\cos\theta$ 再代入(1-16)

$$t=(x'\sin^2\theta - u't')/u\cos\theta$$

对 x ， t 分别微分

$$dx=(dx'-u'dt')/\cos\theta$$

$$dt=(dx'\sin^2\theta - u'dt')/u\cos\theta$$

再求对 t 的微分

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \frac{dx' - u' dt'}{dx' \sin^2 \theta - u' dt'} \cdot u \\ &= \frac{\frac{dx'}{dt'} - u'}{\frac{dx'}{dt'} \sin^2 \theta - u'} \cdot u\end{aligned}$$

由式(1-9): $u = -u' \cos^2 \theta$

再根据原理(II) $\sin \theta = u'/c'$ 分别代入上式, 整理后得出:

$$\begin{aligned}v &= \frac{v' - u'}{v' \frac{u'^2}{c'^2} - u'} \cdot (-u' \cos^2 \theta) \\ v &= \frac{v' - u'}{1 - \frac{u'v'}{c'^2}} \cdot \cos^2 \theta\end{aligned}\tag{1-18}$$

从上式我们可以看出: 若令 $u = -u'$, 且 $\cos \theta = 1$ 时, 又回到洛伦兹变换。也就是说洛伦兹变换是(1-18)式的近似解。从(1-18)式中我们可以解出关于 v' 的关系式:

$$v' = \frac{v - u}{1 - \frac{uv}{c^2}} \cdot \frac{1}{\cos^2 \theta}\tag{1-19}$$

(1-18), (1-19)式看上去似乎与洛伦兹变换相似, 但它比洛伦兹变换更为深刻地反映了(S')与(S)的时空关系, 它表达的含义也超出了我们一般想象。如当相对速度 u' 为光速时, $\cos \theta = 0$, 时空偏转90度; 在(1-18)式中, $v = 0$, 此时我们观察不到(S')系的任何运动, 包括光速。显然(S')是处于“黑洞”状态(即所谓时空奇点)。

我们以下研究运动系(S')与观测系(S)的坐标变换的问题。

若运动系(S')相对观测系(S)运动, 在某一时刻(S')的原点 O' 与(S)的原点 O 重合, 相对速度方向与 y 相同, 根据原理(II), 则(S')与(S)发生偏转, 偏转角为 θ , ($o - xy$)系与($o' - x' y'$)系的旋转角同为 θ , (如图1-4)根据直角坐标系的旋转公式:

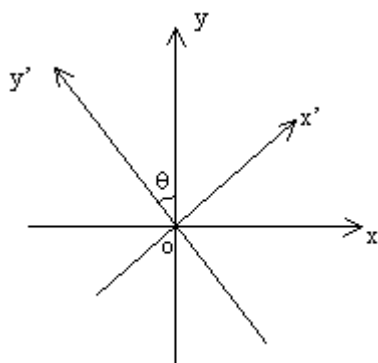


图 1 - 4

则

$$x = x' \cos \theta - y' \sin \theta \quad (1-20)$$

$$y = x' \sin \theta + y' \cos \theta \quad (1-21)$$

(1-20) 和 (1-21) 式即为 (S') 与 (S) 的空间关系式。

在 (1-21) 中, 令 $x' = ct'$, $\sin \theta = u'/c'$ (原理II)

$$\text{即 } y = y' \cos \theta + u't' \quad (1-22)$$

若将 (1-22) 式中的 y, y' 改写为 x, x' , 则 (1-22) 式与洛伦兹变换式 (1-10) 的时空表达方式相同, 只不过洛伦兹变换描述相对运动空间用 ut , 而不是 (1-22) 中的 $u't'$ 。

我们还注意到 (1-20) 式中的 $x \neq x'$ (这里的 x 相当于洛伦兹变换中的 y, y 表示垂直相对运动方向的量), 也就是说时空偏转时垂直于相对运动方向的量 x 也要发生变化, 而不是洛伦兹变换中的 $y=y', z=z'$, 这两种变换的不同之处在于对时空偏转的不同认识; 尽管洛伦兹变换中没有涉及时空偏转概念, 但在其关系式中, 无意识地应用了旋转法则, 如 (1-10), 同时又得出垂直运动方向上的量不变的结论, 即 $y=y', z=z'$ 。这一结论显然是来自日常经验而缺乏理论依据的, 或者说这一结论只对一维空间成立。由于洛伦兹变换是研究三维空间的关系式, 因此洛伦兹变换中关于 $y=y', z=z'$ 的结论不能成立。我们归纳地讲, 洛伦兹变换是解析时空理论有关时空旋转变换概念的特例, 属于一维时空旋转变换, 本文中 (1-20) (1-21) 属二维空间平面旋转变换公式, 而伽利略变换是零维旋转 (无旋转变换)。一般情况下, 描述 (S') 与 (S) 的时空问题, 零维、一维、二维旋转变换的近似程度是不同的, 尤其是在高速领域, 零维旋转变换—伽利略变换已基本不再适用。如洛伦兹变换常引用的 $0.9c+0.9c$ 的例子即是典型的概念错误, 当某物体的速度达到 $0.9c$ 时, 时空偏转很大角度, 若其再射出 $0.9c$ 的另一物体, 则被射出物体的速度应为 $0.9c'$, 其在原方向上的速度分量会远小于 $0.9c$! 因此, 对于高速运动的坐标系 (S') 的精确描述, 应采用二维或三维旋转变换公式。

物理学与数学有不同的地方, 只要物理方程的结论与实验结果 ‘在一定精度上’ 或 ‘在误差允许范围内’ 相符, 人们就接受它。根据洛伦兹变换原理设计的粒子加速器至今还在应用, 说明其实用价值。解析时空理论并没有全部否定洛伦兹变换, 只是指出它的缺陷, 它只是个近似公式, 正象相对论的出现, 使牛顿理论成为其特例, 因为相对论对客观的描述比牛顿理论更广泛、更精确。

下面我们求出 (S') 与 (S) 的二维旋转变换的速度关系式:

由 (1-20) 和 (1-21) 得到,

$$x = x'\cos\theta - y'\sin\theta$$

$$y = x'\sin\theta + y'\cos\theta$$

对两式分别微分

$$\begin{cases} dx = dx' \cos\theta - dy' \sin\theta \\ dy = dx' \sin\theta + dy' \cos\theta \end{cases}$$

再分别对时间 t 微分

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} \cos\theta - \frac{dy'}{dt} \sin\theta$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dx'}{dt} \sin\theta + \frac{dy'}{dt} \cos\theta$$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt'} \cdot \frac{dt'}{dt} \cdot \cos\theta - \frac{dy'}{dt'} \cdot \frac{dt'}{dt} \cdot \sin\theta \\ \frac{dy}{dt} = \frac{dx'}{dt'} \cdot \frac{dt'}{dt} \cdot \sin\theta + \frac{dy'}{dt'} \cdot \frac{dt'}{dt} \cdot \cos\theta \end{cases}$$

将 $dt'/dt = \cos\theta$ 代入上式即得到:

$$\begin{cases} v_x = v'_x \cos^2\theta - v'_y \sin\theta \cdot \cos\theta & (1-23) \\ v_y = v'_x \sin\theta \cdot \cos\theta + v'_y \cos^2\theta & (1-24) \end{cases}$$

式 (1-23), (1-24) 为二维平面旋转的速度公式, 上述公式是用几何法导出的, 以下我们用矢量法加以证明:

若 (S) 的矢径为:

$$\vec{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

(S') 的矢径为:

$$\vec{r}' = x'\mathbf{i}' + y'\mathbf{j}' + z'\mathbf{k}' \quad (\vec{r}_0 = \mathbf{0})$$

由式 (1-5)

$$\Delta l_{21} = \Delta l'_{21} \cos\theta$$

$$\vec{l}_{21} = \vec{l}'_{21} \cos\theta$$

或写成:

$$\vec{r} = \vec{r}' \cos\theta$$

$$\begin{aligned}
\therefore \quad \bar{\mathbf{v}} &= \frac{d\bar{\mathbf{r}}}{dt} = \frac{d\bar{\mathbf{r}}'}{dt} \cdot \cos\theta \\
&= \cos\theta \cdot \frac{d}{dt}(x'\mathbf{i}' + y'\mathbf{j}' + z'\mathbf{k}') \\
&= \cos\theta \left(x' \frac{d\mathbf{i}'}{dt} + y' \frac{d\mathbf{j}'}{dt} + z' \frac{d\mathbf{k}'}{dt} + \frac{dx'}{dt} \mathbf{i}' + \frac{dy'}{dt} \mathbf{j}' + \frac{dz'}{dt} \mathbf{k}' \right) \\
&= \cos\theta \left[x'(\vec{\omega} \times \mathbf{i}') + y'(\vec{\omega} \times \mathbf{j}') + z'(\vec{\omega} \times \mathbf{k}') + \frac{dx'}{dt'} \frac{dt'}{dt} \mathbf{i}' + \frac{dy'}{dt'} \frac{dt'}{dt} \mathbf{j}' + \frac{dz'}{dt'} \frac{dt'}{dt} \mathbf{k}' \right]
\end{aligned}$$

上式推导过程引用了单位矢量导数的布桑公式，整理后

$$\begin{aligned}
\bar{\mathbf{v}} &= (x'\omega'_z \mathbf{j}' - y'\omega'_z \mathbf{i}') \cos\theta \cdot \sin\theta + v'_x \mathbf{i}' \cos^2 \theta + v'_y \mathbf{j}' \cos^2 \theta \\
\bar{\mathbf{v}} &= (v'_x \cos^2 \theta - v'_y \cos\theta \sin\theta) \mathbf{i}' + (v'_y \cos^2 \theta + v'_x \cos\theta \sin\theta) \mathbf{j}' \\
\therefore \bar{\mathbf{v}} &= v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} \\
\therefore \begin{cases} v_x = v'_x \cos^2 \theta - v'_y \cos\theta \sin\theta \\ v_y = v'_y \cos^2 \theta + v'_x \cos\theta \sin\theta \end{cases}
\end{aligned}$$

结果与 (1-23)，(1-24) 相同，证毕。

以上我们运用解析时空理论的两条基本原理在狭义相对论范围讨论了时空关系问题。在非惯性系，即相对速度为变速运动时，原理 (I)、(II) 仍然适用。因此，我们有必要将时空问题引入到广义相对论涉及的领域。尽管引力场问题只是非惯性时空问题中的一部分内容，我们依然把引力场问题作为重点研究课题。

1. 太阳光谱线的引力红移

我们知道太阳系内行星围绕太阳的公转速度公式可由万有引力定律及牛顿第二定律得出：

$$v = \sqrt{\frac{GM_s}{R}} \quad \text{式中 } M_s \text{ 为太阳质量，} R \text{ 为行星到太阳的距离}$$

假设在太阳表面有一行星 X_s 绕太阳运动，那么这颗行星 X_s 的运动速度为：

$$v_s = \sqrt{\frac{GM_s}{R_s}} \quad R_s \text{ 为太阳半径，我们称 } V_s \text{ 为无轨迹运动速度}$$

如果我们把观测系 (S) 建立在地球上，运动系 (S') 相应地建立在行星 X_s 上，那么 (S') 相对 (S) 产生相对运动速度 u ，且 $u = v_s$ 。

根据前面所求出的公式 (1-24)

$$v_y = v_x' \sin \theta \cos \theta + v_y' \cos^2 \theta$$

$$\because v_x' = 0$$

$$\therefore v_y = v_y' \cos^2 \theta = v_y' (1 - u^2/c^2)$$

$$\frac{v_y' - v_y}{v_y'} = \frac{u^2}{c^2}$$

令 $v_y' - v_y = \Delta v$

Δv 表示 (S') 与 (S) 描述同一速度的差值。

$$\frac{\Delta v}{v_y'} = \frac{u^2}{c^2}$$

令 $v_y' = c$, 即 $\Delta v = \Delta c$

$$\therefore \frac{\Delta c}{c} = \frac{u^2}{c^2} \quad (1-25)$$

$$\because \frac{\Delta c}{c} = \frac{\Delta \nu \lambda}{\nu_c \lambda} = \frac{\Delta \nu}{\nu_c}$$

式中 ν 、 λ 分别表示光的频率和波长。

$$\therefore \frac{\Delta \nu}{\nu_c} = \frac{\nu_s^2}{c^2} = \frac{GM_s}{R_s c^2} \quad (1-26)$$

(1-26) 式与广义相对论的结果相同，计算出太阳光谱线的红移值为：

$$\frac{\Delta \nu}{\nu_c} = 2.12 \times 10^{-6}$$

在 (1-26) 式推导中有一个概念值得注意，就是光谱线的红移并不完全由退行速度决定，如果某颗恒星密度极大，那么即使这颗恒星与太阳系的相对速度很小时，其光谱线仍会有很大的红移。这意味着谱线红移除了与退行速度有关外还与恒星的密度有关。此外还有一个与谱线红移有关的现象就是光线的偏转，以下我们就讨论这个问题。

2. 引力场中的“光线弯曲”

光线在引力场中会产生弯曲，广义相对论这一判断得到了实验证实，我们也没有必要怀疑这个事实，但如何理解这个现象，我们可从以下的公式的推导过程得到一些结论，

由式 (1-25) :

$$\frac{\Delta c}{c} = \frac{u^2}{c^2}$$

令 $\sin \alpha = \Delta c/c$, α 角为光线偏角;

$$\sin \alpha = \frac{u^2}{c^2} \quad (1-27)$$

我们可以根据式 (1-27) 求出太阳光线的偏角:

$$\sin \alpha_s = \frac{v_s^2}{c^2}$$

当 α_s 很小时有

$$\alpha_s = \frac{GM_s}{R_s c^2}$$

由于太阳光线的偏角 α_s 极小, 且观测十分困难, 因此我们需要借助日全食来观测其它恒星的光线偏角。

若我们所观察的恒星X同太阳情况相类似, 属于稳定型恒星, 且该恒星的密度同太阳相近, 即有:

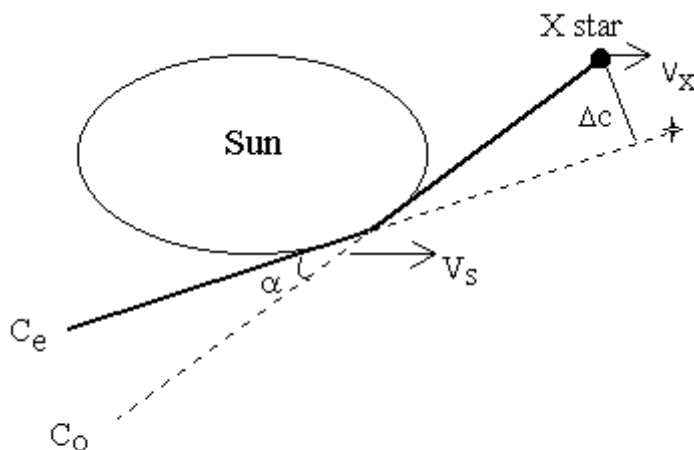


Fig 1-5

$$\sqrt{\frac{GM_s}{R_s}} \cong \sqrt{\frac{GM_x}{R_x}} \quad \therefore v_s \approx v_x$$

那么, 在日全食时这颗恒星的光线经过太阳表面会发生偏转, 如图(1-5)。

由式(1-27)

$$\sin \alpha = \frac{u^2}{c^2}$$

且

$$u = v_s + v_x$$

$$\sin \alpha = \frac{(v_s + v_x)^2}{c^2} \quad (1-28)$$

$$\alpha_x = \frac{(2v_s)^2}{c^2} = \frac{4v_s^2}{c^2}$$

$$\therefore \alpha_x = 4 \frac{GM_s}{R_s c^2} \quad (1-29)$$

这个光线偏角 α_x 并不仅仅由太阳引力造成光线弯曲，而是由于太阳与X星系统相对地球产生无轨迹运动，其速度 $u = v_s + v_x$ ，而造成光线在太阳表面的“弯曲”现象。 α_x 实际上为太阳与X星光线总偏角。根据式(1-29)，得出 $\alpha_x = 1.75''$ ；这个结果为式(1-28)的近似值。若X星为白矮星一类的恒星，计算其光线偏角应采用式(1-28)。

3. 水星轨道的“摄动”

广义相对论根据太阳引力场的史瓦西度规，求出了水星进动偏转角公式为如下形式：

$$\Delta\phi = \frac{24\pi^3 a^2}{T^2 c^2 (1-e^2)}$$

根据这个公式，广义相对论解决了水星轨道的剩余进动问题。

下式(1-30)是我们根据解析时空理论推导出的关于水星进动公式（限于篇幅推导过程略），用这一理论得出的计算结果，同相对论的推论及实际观测结果相同：

$$\Delta\bar{\Psi} = \frac{\pi \bar{v}^3}{ac^2} \quad (1-30)$$

式中 $\Delta\bar{\Psi}$ 为平均进动角速度； \bar{v} 为水星轨道平均速度； a 为水星轨道半长径

由(1-30)求出的水星轨道进动值为43.08"/世纪；该式还可计算金星、地球和其他行星的进动值。

如果说式(1-30)解决太阳系内行星的‘摄动’问题不足为奇，只不过是重复前人的成果的话，那么我们用解析时空理论已一举攻克了DI海格立斯双星进动的难题，这一成果具有极其重要的意义，它对于证明解析时空理论的正确性提供了重要的佐证。与我们相距2000光

年之遥的DI海格立斯双星进动问题近年来一直困扰着天文学界，美国宾西法尼亚州Villanova大学的两位天文学家的爱德华·吉南和弗兰克·马洛尼当时根据八十四年中观测到的3000多个轨道历史数据分析该双星运行规律，计算出其累积进动值仅为0.64度，而按照广义相对论的理论公式计算，得出的理论进动值为2.34度！相对论的理论值与实际结果相距甚远，相对论的计算公式适用的广泛性已经受到了怀疑。天文学界对此问题各种解释均不能自圆其说，唯一可行的方案就是对相对论进行彻底修正，并创建一个新的时空理论来解决此类问题。由（1-30）式的计算出的结果为0.66度，它与实际值的符合程度足以说明解析时空理论适用范围已超出了太阳系空间，同时也弥补了相对论的理论不足。这里我们必须明确一点：解析时空理论的出现并非要完全推倒相对论大厦，恰恰相反，正像当初由于相对论的建立，解决了牛顿理论无法解释水星摄动一样，它完善和发展了科学理论，使人类对自然的认识又前进了一步。

下面我们给出DI海格立斯双星的有关数据*，读者若有兴趣可自行对比验算：

$$\begin{aligned}
 M_1 &= 5.2M_s & M_2 &= 4.5M_s & \text{太阳质量 } M_s &= 1.99 \times 10^{30} \text{ kg} & \text{公转周期 } T &= 10.55 d \\
 & \text{(累积进动值为84年)} & \text{偏心率 } e &= 0.489 & \text{轨道半长径 } a &= 3.27 \times 10^{10} \text{ m} \\
 \text{近端轨道速度 } v_a &= 2.02 \times 10^5 \text{ m/s} & \text{远端轨道速度 } v_b &= 1.19 \times 10^5 \text{ m/s} & \text{算术平均速度 } \bar{v} &= 1.60 \times 10^5 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

将以上有关数据代入式（1-30），可求出84年累积进动值理论结果为： $\Psi = 0.66$ 度（实测值为0.64度，广义相对论的理论计算值为2.34度）

* 注：文中部分数据摘自 *Astronomical Journal* v 90 (1985) p 1519 by Edward. F. Guinan and Frank. P. Maloney 和《<<神奇的物质世界>> p15 相对论质疑——黄贤福

以上我们已经讨论了广义相对论中的谱线红移，光线的引力弯曲及水星轨道进动计算等问题。本文到此已经回答了文章开始时所提的一些问题，希望对您这一新时空理论有一初步了解，由于我们尚未涉及时空结构问题，所以在文章中我们对时空现象（如时空弯曲等）仅做了简单的解释。

时空结构问题属于物理学基础理论中最重要的概念之一，对这一问题以及有关广义相对论的引力场方程中的度规张量（ $g_{\mu\nu}$ ）的表达式问题的讨论我们将在以后的章节中进行。

另外，您可能注意到了本文中提出的两个基本原理——时空面积不变原理(I)和时空偏转原理(II)，并未提及光速不变的基本原则，但本文的所有的理论结果都与相对论的有关结论一致或等同（洛伦兹变换除外）。实际上，原理（I）和（II）概括了光速不变的基本原则，但又比光速不变原理及广义协变原理更广泛，更深刻地揭示了运动时空的内在联系。您也许会问：“为什么用解析时空理论的简单方法可以解决广义相对论的复杂问题”？对这一问题的回答，首先我们需要站在较高层次上看待物理学与数学的关系，这样才能使我们清楚地知道判断一个理论对客观的描述正确与否究竟取决于它的物理概念还是它所采用的数学方法。

在探索时空奥秘的过程中，我们的思维方式及研究时空问题的出发点往往比采用何种数学手段更为重要，因为数学毕竟只是研究工具。数学上的完美与其描述的客观世界的真实程度两者之间不能划等号，究竟那一种数学方法或手段所描述的客观世界更接近客观事实，更具代表性和一般性，只能用实践的方法来检验。对这一问题这里谈一点看法：

首先需要指出的是广义相对论运用黎曼几何虽然解决了一些非惯性时空问题，但把非惯性时空完全归于黎曼空间未免过于主观和牵强。在这一章中我们看到解析时空理论并没有采用“弯曲的黎曼空间”的数学方法，同样解决了非惯性时空的问题，这说明黎曼几何尽管是完美的数学表达式，但它并非是唯一描述非惯性时空的数学手段。因此，把非惯性时空认定为黎曼空间是广义相对论建立以来我们对于非惯性时空问题认识上的误区。回顾历史我们知道，在相对论出现以前相当长的一段历史时期内，人们公认伽利略变换在数学上是完美无缺的，它反映了客观时空世界的“真实性”，但随着相对论的出现，这一传统的观念被打破了，今天我们已经知道伽利略变换只是对低速世界的描述而已，其‘完美’和‘真实’是有局限性的。这一事实告诉我们：没有哪一个物理理论或其数学表达式是绝对正确的，可以“绝对”地反映客观事实，因为绝对真理是不存在的。迄今为止，人类在物理学上取得的所有科学成果，都不过是我们那些描述客观的相对真理及相对正确的理论中选择一个被广泛接受并具有代表性又更接近自然本质的理论做为我们认识自然和研究自然的工具。这一点过去是这样，今后也还将是这样。

广义相对论直到今日很难为广大普通读者掌握和接受，除了理解它需要一定时空理解能力外，更主要的原因在于要掌握这一理论的精髓需具备相当深厚的数学基础，这对于一般学者来说是十分困难事情。在广义相对论取得巨大成功的背后，我们还应当清醒看到，广义相对论把简单朴素的时空问题引入到华丽而又深不可测的黎曼空间，一方面我们搞不清是研究物理还是数学，数学已由‘工具’变成‘主人’，这本身已违背了我们研究初衷。另一方面，广义相对论的实质是引力理论，并非严格意义上的时空理论，它应属于某一时空理论的应用范畴，在更好的时空理论出现之前，人们自然把相对论当做“时空理论”来看待。好在解析时空理论的建立，使我们在研究时空问题时又有了一新的起点，和新的方法，我们对时空世界又有了一个新的认识，但我们还将面临新的挑战.....

我们在前面对广义相对论已经做出过的一些推断和结论（包括引力红移、水星轨道摄动等）重新做了论证。尽管如此，作为一个新的时空理论的创立，这些理论上的论证仍是不够的。我们需要（也必须）提出若干相对论未曾做出过的，或无法做出的全新推论：

推论1. 0.71c处的时空光锥顶点

由二维空间关系式（1-20）：

$$x = x' \cos \theta - y' \sin \theta$$

$$\text{令 } x' = y' = ct'$$

$$\text{则 } x = ct'(\cos \theta - \sin \theta)$$

$$\text{再令 } x = 0 \quad \text{且 } t' \neq 0$$

$$\text{则 } \cos \theta - \sin \theta = 0 ; \quad \text{tg} \theta = 1 \quad \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \cos \theta = \sqrt{1 - u^2/c^2} \quad (\theta = \frac{\pi}{4})$$

$$\therefore u = \frac{\sqrt{2}}{2} c$$

$$u \approx 0.71c$$

上式结果表明，当时空偏角为45度，(S')与(S)的相对速度 $u = 0.71c$ 时，(S)中与相

对运动方向垂直的量 x （或 z ）为零，此时的时空意义为（ S' ）中的物体在我们的视线中消失。换句话说，我们看不见相对速度为 $0.71c$ 的任何物体，即使该物体从我们眼前飞过。（这个结论在洛伦兹变换中是不存在的），当相对运动速度 $u > 0.71c$ 时，该物体会从反方向重新出现，且物体左右两端发生对调，即产生所谓光锥现象，光锥的顶点在 $0.71c$ 处。这一时空效果在宏观、微观上都是相同的。因此，我们可从实验室观察粒子的运动，以证实这一推论的正确与否。

与这一推论相符的惊人事实是：1. 任何物体，无论其空间尺度大小，只要其达到相对速度 $u = 0.71c$ 或时空偏角为45度时，那么这个物体将没有空间屏障！（空间发生“短路”） 2. 当相对运动速度 $u > 0.71c$ 时会产生‘因果倒置’现象；即在我们正常时空情况下按时间顺序发生的从空间A到B的事情，在那里的顺序为B到A。

推论2. 时空偏转会导致光产生双折射现象

我们在前面说过，在时空偏转的情况下，时间、空间、运动速度等均会发生变化，那么光线在此情况下与常态时会有何不同呢？能否用‘光速不变’一句话概括？我们的结论是否定的！我们推断：从运动光源发出的光，在时空偏转情况下会产生“双折射”现象，即光线分裂成两束：一束光称为寻常光线，我们用 c_o 表示，寻常光线 c_o 在各方向上的传播速度相等，且符合光速不变原理及光的折射定律；另一束光线称为非常光线，用 c_e 来表示。非常光线 c_e 的传播速度随方向的不同而改变，并与光源的运动状态有关。 c_e 既不遵守光速不变原理，也不符合光的折射定律。

下面我们给出非常光线 c_e 的速度公式：

$$\text{由 (1-18) 式} \quad v = \frac{v' - u'}{1 - \frac{u'v'}{c'^2}} \cos^2 \theta$$

令： $v' = c'$ 表示我们测量（ S' ）中的光速

$$v = \frac{c' - u'}{1 - \frac{u'}{c'}} \cos^2 \theta = c' \frac{1 - u'/c'}{1 - u'/c'} \cos^2 \theta = c' \cos^2 \theta$$

$$\text{再令 } c' = c \quad \text{则有 } v = c \cdot \cos^2 \theta \quad (1-31)$$

由前面推断知：（1-31）式中的 v 即为 c_e

$$\text{即有 } c_e = c \cos^2 \theta$$

$$c_e = c(1 - u^2/c^2) \quad (1-32)$$

在（1-32）中，非常光线 c_e 与相对速度 u 有关，且 $c_e < c$ ，显然光速不变原理对于非常光线 c_e 是不适用的。这一结论是对光速不变原理提出的挑战。除非常光线 c_e 的速度公式外，我们还需知道 c_e 与 c_o 的夹角公式，关于 c_e 与 c_o 的夹角公式，实际上我们在研究广义相对论时已经给出了，

即式(1-28)并见图1-5;这里我们需补充说明一点,非常光线 c_e 一般没有谱线红移现象,而寻常光线 c_o 均会产生谱线红移。

剩下的事就是如何证明 c_e 的存在,及 c_e 的速度是否小于真空的光速 c ?

1. 利用日蚀测量X星折射光的速度,即非常光线的光速, c_e 由以下公式计算:

$$c_e = c \left(1 - 4 \frac{GM_s}{R_s c^2} \right)$$

(在此情况下,测出的 c_e 比真空中的光速 c 约降低十万分之一)

2. 如果测量精度足够,可利用卫星或航天飞机等安装激光反射器,测量 c_e 与 c 的差值,或利用椭圆偏振光干涉原理确定 c_e 的存在。具体方法就不在此陈述了。

上述两个推论是对本文原理(I)和(II)的验证,同时也是对解析时空理论的彻底检验;为此,我们期待着验证结果。

附件:

关于 u 不等于 $-u'$ 问题的解释

在前面的文章中,我们谈到了解析时空理论关于洛伦兹变换的三个结论,其中之一,即相对运动速度 $u \neq -u'$ 的问题,它是争论的焦点,很多读者对此表示不解和疑惑。该问题显然也是解析时空理论在推论上的一个重大预测。**这个问题的实质在于不同坐标系对“同一运动”的速度的观察结果是否相同。**回顾历史我们知道,狭义相对论伟大成就之一就是提出了不同坐标系对同一事件的描述不同的相对时空观点,应该说这一观点是狭义相对论的基本常识,否认这一点等于又倒退回“绝对空间”,“绝对时间”的伽利略变换中去了。爱因斯坦曾用一辆运动的火车来说明这一问题。在这辆运动着的火车正中间有一个观察者,他的结论是从火车头尾两端同时发出的光电信号会同时到达他所在位置,但在地面上的人却不这样认为,(假设他与火车上的观察者位置相同),他不是同时收到两个光信号的,火车头的光信号总要晚于车尾的信号,一方面说明“同时”性对不同坐标系(参照系)的观察者来说是相对的,另一方面表明不同坐标系的时间间隔也是不同的,反过来讲,在地面发生的“同时”事件,火车上的人也同样会认为不是“同时”。用类似的方法爱因斯坦分析了空间长度对不同坐标系的观察结果也是不同的,即运动系中长度 l' ,在观测系看来其长度会缩短,爱因斯坦得出的结论是:

$$l = l' (1 - u^2/c^2)^{1/2} \quad \text{及} \quad t' = t (1 - u^2/c^2)^{1/2}$$

这就是著名的动尺缩短,动钟延缓公式。我们当然不能用动系与观测系是否平等的观点去看待这一现象,这一结论的伟大之处在于它告诉人们:在不同坐标系观测同一时空事件(长度,时间)其结果是不同的,它基于的根本原理就是光速不变原理。前面所提到火车的首尾两个信号不会因为火车的相对速度不同而改变信号同时到达火车上的观察者所在的位置及到达该位所需要的时间,而这恰恰是由于光速与运动光源的运动状态无关所产生的效果。

诚然，在相对论提出时间、空间对不同坐标系观察者是不同的观点之后的很长时间内，人们忽略了这样一个问题：不同坐标系的观察者对速度（特别是相对速度）的描述是否相同？我们回到了本文开始提到的问题。狭义相对论的洛伦兹变换否认相对速度（或称牵连速度）对不同坐标系有何差异，故认为 $u = -u'$ ，这就是解析时空理论与相对论的重大分歧之一。科学发展史告诉我们：千百年的日常生活经验总结出的所谓“常识”往往是靠不住的。因此，解析时空理论冲破了人们的固有观念，首次提出：**由于时空发生了偏转，不仅指时间、空间发生了变化，对不同坐标系来讲，速度、加速度等一切都在改变，牵连速度是不能例外的**，因为牵连运动本身也是我们在某一参照系中描述物体运动的量，这个量为什么“必须”要与运动系（S'）上的观察者结论一致呢？我们为什么要赋予牵连速度“绝对”的优惠呢？这是我们在相对运动时空问题认识上的一个误区。

另外我们知道任何物理量都是有基本单位或导出单位的，如时间s、长度m、温度K、加速度 m/s^2 ，力N等，但对于不同参照系下时空基本单位的统一问题我们却很少提及或根本没有意识到该问题的重要性，这也是理论物理学上的一个盲点。我们只想简单地在这里说明一下： u 的导出单位SI为m/s， u' 则用 m'/s' 。我们无法证明 $u = -u'$ 的关系式可以成立，除非： $m = m'$ ， $s = s'$ ，如果是这样的话，我们岂不是又回到了伽利略时代？既然我们已经承认狭义相对论的结论，即在不同坐标系下 $l \neq l'$ ， $t \neq t'$ ，那么由于 l/l' 与 t/t' 的比例关系不同，因此若承认 $u = -u'$ ，必须 $l = l'$ ， $t = t'$ 很明显这是个自相矛盾的结论。还需补充说明一点，物理学上关于物理量的基本要求是：**任何方程式等号两端的物理量的基本单位、导出单位SI和量纲（或是已知的等量关系）必须是统一的，否则该方程没有物理意义**。由此可见，在洛伦兹变换中 $u = -u'$ 是违背这一物理学基本要求的。

从以下的推导过程我们就会明白，为什么解析时空理论中一定坚持

$$u = u' \cos^2 \theta \quad (\text{或 } u = -u' \cos^2 \theta)。$$

$$\text{令 } u = l/t, \quad u' = l'/t'$$

$$\text{则 } u = l/t' \cdot t'/t = l'/t' \cdot (l/l') \cdot (t'/t)$$

$$u = u' \cdot (l/l') \cdot (t'/t)$$

$$\text{根据(1-1)，(1-2) } l/l' = \cos \theta, \quad t'/t = \cos \theta$$

$$\text{即: } u = u' \cos^2 \theta$$

$$\text{如果 } u \text{ 与 } u' \text{ 方向相反，则 } u = -u' \cos^2 \theta$$

这就是我们在前面(1-8)、(1-9)中的结果，以上我们可以看出 $\cos^2 \theta$ 实际上包含了(S)系与(S')系的基本单位的换算关系，这一结果的合理性是不言而喻的。

然而问题到此并没有结束，在解析时空中，相对速率 u 的矢量 \mathbf{u} 与 u' 的矢量 \mathbf{u}' 是不同的，即 $\mathbf{u} \neq -\mathbf{u}'$ ，由于 $\mathbf{u} = |\mathbf{u}| \mathbf{u}_0$ (\mathbf{u}_0 表示单位速度矢量)， $\mathbf{u}' = |\mathbf{u}'| \mathbf{u}'_0$ ，有一点可以肯定，就是不同坐标系下相对速度的数值不变 $|\mathbf{u}| = |\mathbf{u}'|$ 。一个物体离开我们的速度与这一物体上的观察者认为的我们离开他的速度两者数值（模）相等，其速率间的关系由 $u = u' \cos^2 \theta$ 确定。以上可以看出由于时空偏转原因，两个坐标系所涉及的速度、速率、速度数值及速度基本单位变换概念，给我们理解上带来相当大的困难。不仅如此，这一问题本身还涉及到解析时空的一些基本性质及光线的‘双

折射’问题，它已超出了本文第一章内容范围，故我们把对此问题的进一步讨论放到后面的章节进行，届时欢迎您多提宝贵意见。

解析时空理论（二）

作者：崔思珑 博士

在第一章中我们已经看到了解析时空理论用一把钥匙打开了惯性时空和非惯性时空这两扇大门，而相对论进入这两个领域则用了‘光速不变’和‘等效原理’两把不同的钥匙！实际上，解析时空理论已经解决了狭义和广义相对论的统一问题。但这毕竟仅仅是个开始，对相对论时空的再认识，只是解析时空广泛内容中的很小的一部分，我们还将遇到新的更复杂的时空问题。

仅仅从数学的角度来分析解析时空理论出现的必要性是远远不够的，因为它毕竟是一种基础理论，其目的并非要表现某种数学技巧，重要的是这个理论向我们说明了什么。因此我们还需从历史发展的角度看一看它是否符合科学发展史的一般规律，看一看解析时空理论的出现是否有它的必然性。

1915年，爱因斯坦在他风华正茂的年龄——36岁时用非欧几何的数学方法融合了他那深刻的时空理念创建了广义相对论，这个理论震惊了当时的整个世界。从此，以广义相对论的建立为标志，爱因斯坦开创了一个新的时空时代。然而，在此后的几十年生涯中，这位伟人却没有再写出人们期待的新的惊世之作，他晚年致力于统一场的尝试也未获得成功。在爱因斯坦时代和他逝世后直至今日这段不短岁月中，世界上许许多多优秀的科学家在后相对论方面的研究也没有哪一位比爱因斯坦走得更远。耐人寻味的是一个曾不被爱因斯坦看好的，被他称为“上帝不掷骰子”的量子理论却有了突飞猛进的发展，成为时空研究领域的主角，量子理论成为培养诺贝尔奖获得者的摇篮，今天当人们还在广义相对论和量子理论这两座资源渐已竭尽的金矿里拼命地寻找大统一理论的蛛丝马迹的时候，量子理论的杰出代表——当代著名的数学家和理论物理学家霍金教授Stephen W. Hawking在他的《时间简史》一书的结尾处这样写到：“然而，如果我们确实发现了一套完整的理论，它应该在一般的原理上及时让所有人（而不仅仅是少数科学家）所理解。那时，我们所有人，包括哲学家、科学家以及普普通通的人，都能参加为何我们和宇宙存在的问题的讨论”。显然，霍金教授和其他科学家都承认广义相对论和量子理论均存在一定的缺陷，这两个理论都与理想的‘统一理论’有距离，那么将这两个理论统一在一个新的理论下又如何？但广义相对论和量子理论怎样结合却令科学家们头痛，他们很难在“精通黎曼几何有数学大师之称的上帝”和“顽皮的掷骰子的上帝”之间进行调解或做出选择，或许一些科学家们已开始意识到了这两个都不是他们要找的真正上帝！如果我们相信霍金的预言有极大的可能性，并对当今这位著名学者的洞察力深信不疑的话，那么他所预言的这套完整的统一理论包容了广义相对论和量子理论的基本原理，而不是这两个理论的简单叠加。因为广义相对论和量子理论没有哪一个在原理上能够及时让所有人理解，并让普通人可参加关于宇宙存在的讨论。更为重要的是让哲学家们参与的这场讨论所谈论的应是我们宇宙的最基本问题，这一永恒的课题应包括意识与存在，主观与客观的基本观点，即任何自称为Everything的理论不能回避而且必须

清楚地阐明这一最古老、最基本的哲学概念的关系问题。

从历史上看，物理学上的任何概念更新、理论突破都伴随人类对客观世界看法的改变，从“地心说”到“日心说”，从牛顿理论到相对论都说明了这一点。解析时空理论所涉及应是比较基础的概念，因此它的哲学意义就显得尤为重要。我们有必要站在哲学的高度，用哲学家（不是数学家！）的目光去审视包括解析时空理论在内形形色色的“时空理论”及“大统一理论”，只有这样，才能发现和找到可以改变我们对客观世界认识的理论 and **人类所能感知到的“客观世界”与真实的世界还存在多大差距的理论**。为此，在进一步介绍解析时空理论之前，我们首先要明确解析时空理论所提出两个原理（时空面积相等原理和时空偏转原理）它的哲学意义何在？它究竟改变我们思想意识中的什么东西呢？这就是以下我们要阐述的问题：

1. 纵观科学发展史，任何科学理论的诞生都是新旧理论相比较，新理论在原理上的突破，这一新理论的原理必须是以假说的形式出现，它是对事物本质和规律做出推测性说明。既然是假说，那么它不能从原有的理论推出，否则就不是什么新的理论。在假说出现的方式上，人类已经经历了从低级到高级的过程，古人从太阳的东升西落的规律而产生的“地心假说”，从苹果落地现象到“万有引力假说”等，随着工业革命的到来和实验观测手段的不断进步，简单直观的分析方法被精密实验和科学的观测手段所取代，进而建立起各种理论学说，包括‘光速不变假说’、‘大爆炸宇宙假说’等。但仔细分析假说的发展历程，不难发现，各种假说的发展与我们人类的实验观测手段有着必然的联系，今天人类所掌握的观测手段、工具、方法比伽利略的自制望远镜不知先进多少倍，但就观测能力（广度和精度）上讲，其能力不可能是无限的，它已接近或将要达到人类目前所掌握观测技术的极限。科学发展已到了人类感知的临界处，我们应该跨出这一步，承认客观世界并不依赖我们人类的感知而存在，人类对客观的感知与‘真实的存在’总有差距，在这个问题上我们并不能改变什么，上帝不会怜悯人类而改变自己的形象！解析时空理论中提出的时空面积相等原理和时空偏转原理正是基于以上观点而提出一个全新的假说。物理学上的各类实验的目的地和作用无非就两个：第一是证伪；如某“假说”的推论和主要结论与实验结果不符，那么这个“假说”必然不成立。第二是确定“假说”的适用范围；某一次试验结果只能表明在此条件下该“假说”是否适用，只有当一般条件下“假说”均适用，那么这个假说便成为人们所接受的一种理论。

“时空面积不变”和“时空偏转”假说是科学假说发展史上的一个新的尝试。

2. 意识与存在、精神与物质、主观与客观的关系如何是几千年来哲学家们一直争吵不休的问题，随着科技的进步，人类对客观世界认识的视野在不断扩展，对这些问题的讨论也在不断的深入。所谓“客观”即人的意识之外、不依赖人的意识而存在的东西。“万有引力”即为客观规律；尽管我们看不见“规律”本身，但万有引力规律通过行星的运动状况表现出来。客观存在不是虚构的而是实实在在的现象，它可以通过各种形式表现出来并被人类用这样或那样的手段观测到。因此，千百年来人们一直认为我们“看到的”和“观测到的”就是客观存在，因为这些客观现象并不依赖我们的意识而存在着。对这一论点谁也没有产生过怀疑，但有一个人对此首先发难，他就是爱因斯坦。本世纪初（1905年），爱因斯坦提出：当物体的相对速度较大时，这个物体沿运动方向的长度“看上去”会变短。言外之意就是：如果在地球

上做两把长度相同的尺子，其中的一个放到飞船上，当飞船高速飞离地球后我们观测到在飞船上的这把尺子比留在地球上尺子要短一些！爱因斯坦称这个理论为狭义相对论，上述现象是光速不变所产生的效果。这个想法对我们天经地义的“客观”概念是个沉重的打击。飞船上的尺子是我们亲手放上去的，是个事实；观测结果也没有错误，依然是事实；我们到底相信哪一个“事实”？哪一个长度为尺子的“客观长度”？客观的“标准”究竟是什么？很遗憾，爱因斯坦对物理学的兴趣要比哲学浓厚得多，他并没有对此问题做更深入的哲学思考，直到今日也极少有人把此问题作为一个哲学上的重大问题进行讨论，也几乎没有人对这位伟人留下的宝贵矿藏进行挖掘。可以这样讲：学习爱因斯坦的思想比模仿他的技巧更重要。在狭义相对论发表近一个世纪的今天，我们终于知道**对客观的描述本身也相对的，与描述“客观”的描述者的状况有关**。我们还以飞船上的尺子为例，当飞船与地球相对静止时，我们说这两把尺子等长，尺子的真正的长度与我们看到的长度是相等的，但当飞船飞离地球时我们会发现，在飞船上的尺子的真正长度与我们所看到的尺子的长度有误差，而且随飞船速度的增加，这一误差会越来越大。这一误差并不是测量造成的，由于时空偏转的原因，其位置也偏离我们想象的位置，就是说我们“测不准”被测的尺子（包括飞船）的位置和长度，这种现象在微观领域最为明显，我们不可能同时得到粒子的动量和位置的精确值。下面我们就用数学语言简单地解释一下：

假设一物体以很高速度离开地球，我们在地面观测其长度变化情况：

$$\text{由式 (1-1) } l=l' \cos\theta, \text{ 式中 } l, l' \text{ 分别为物体的观测长度和实际长度, 它们的差值用 } \delta \text{ 来表示 即: } \delta=l'-l=l'-l' \cos\theta=l'(1-\cos\theta) \quad (2-1)$$

要使观测长度和实际长度接近或相等，则 $\delta \rightarrow 0$,

$$\text{故 } (1-\cos\theta) \rightarrow 0 \text{ 或 } (1-\cos\theta)=0$$

由于 $\cos\theta=(1-u^2/c^2)^{1/2}$ ，则必须 $u \rightarrow 0$ 或 $u=0$ ，这个结果显然与假设不符。

因此我们得出结论：当被测物体具有相对速度或动量(特别是在极高相对速度时)时，永远无法“观测到”该物体的实际长度或确定它的位置，即无法满足 $u \neq 0$ 而 $\delta=0$ 成立，同样关于物体的能量和时间也存在上述关系（具体证明略）。

解析时空理论揭示了“测不准”或“不确定”原理的本质原因是时空偏转，将“测不准”的概念扩展到宏观领域。

“测不准”不是微观粒子的专利，它是自然界的普遍现象，只不过对宏观物体与微观粒子的测量方法上是有区别的。由此我们自然会得出推论：量子的不确定性也正是由于时空偏转造成的。用哲学的说法即是“感知的存在”与“真实的存在”是不同的，我们无法强求这两种“存在”的统一，只有承认两种“存在”的客观性，才能在探索“统一理论”的道路上迈出坚实的一步！

以往的物理学理论都是在追求“对客观的认识”最大限度的符合“客观的本质”

这一神圣目标，人类的美好愿望并没有减少现有的全部理论对我们所处的特殊环境的依赖，地球周围可怜的速度环境造就了低速世界的诸多“客观事实”，也造就了在此环境下成长起来的各种理论，它们一直到今天还影响着我们的思维方式。相对论和量子理论是分别从宏观和微观领域出发，最接近改变这一传统思维方式的理论，这两个理论几乎同时发现我们对客观的描述与真实的存在之间还有差距，它告诉人们的仅是人类的感知与真实的存在之间还有一条难以逾越的鸿沟，为了越过这条鸿沟，广义相对论设计了一座用弯曲钢架建造的“桥梁”，量子理论则用数理统计的方法计算出能到达彼岸的“人数”，但人们始终不了解产生此现象的真正原因。解析时空理论正是在这种情况下诞生的一个反映“真实的存在”与“感知世界”之间差距的理论，它用简单的原理——**时空的偏转**（不是弯曲）说明了究竟是什么原因造成了客观存在与感知世界之间的差距，同时揭示了时间和空间的统一性——**时空面积不变**，这一原理完全符合宇宙对称的法则，是自然完美的时空体现。

第二章 解析时空的量子化与时空波函数

第一节 康普顿效应

以下我们在微观（ $10^{-10}\text{m} \sim 10^{-14}\text{m}$ ）的范围内，讨论解析时空理论量子化问题。

由式（2-1）：
$$\delta = l' (1 - \cos\theta)$$

我们引入康普顿波长 λ_c ，（ $\lambda_c = h/mc = 2.426 \times 10^{-12}\text{m}$ ）令 $l' = \lambda_c$ 代入上式，则

$$\begin{aligned} \Delta\lambda &= \lambda_c (1 - \cos\theta) \\ \lambda_2 - \lambda_1 &= \frac{h}{mc} (1 - \cos\theta) \\ &= \frac{2h}{mc} \sin^2 \frac{\theta}{2} \end{aligned} \quad (2-2)$$

式（2-2）即为散射的X射线康普顿公式，时空偏角 θ 为康普顿散射角。

1923年，康普顿(Compton)发现被散射的X射线波长有增大现象，称为康普顿效应。当时认为是光子与电子碰撞的结果，因为通过赋予光子以能量 $h\nu$ 和动能 $h\nu/c$ 将光子间的碰撞用理论公式描述这一过程，并得到了上述公式^[1]，这个著名公式把光子的波长增长用散射角 θ 及基本常数组合 h/mc 表示了出来。以上可以看出用解析时空的偏转概念解释了X射线散射问题，避免了碰撞理论的复杂计算，迈出了解析时空量子化的第一步。

[1] 《经典和近代物理学》第四册 P. 130 [美] K.W. Ford著，陈纲等译 高等教育出版社 (1983)

第二节 解析时空的基本性质

为什么本文所介绍的新的时空理论称之为解析时空理论？时空是否真的‘解析’？解析时空的特点、性质是什么？在解析时空扩展之前，我们先前还要对解析时空理论的基本概念做进一步的讨论：

首先设平面运动系 (S') 为一个复数 $z' = x' + iy'$ 的集合 G' ；同时设另一平面观测系 (S) 为一个复数

$w = u + iv$ 的集合 G 。根据式 (1-20)，(1-21)

$$x = x' \cos \theta - y' \sin \theta$$

$$y = x' \sin \theta + y' \cos \theta$$

令 $u = x$, $v = y$ ，显然， z' 与 w 存在一个确定的法则，使运动系 (S') 集合 G' 中的每一个复数 z' 相对应的另一个复数为 $w = u + iv$, $w = (x' \cos \theta - y' \sin \theta) + i(x' \sin \theta + y' \cos \theta)$ ，我们称观测系复数 w 为运动系复数 z' 的复变函数，记作 $w = f(z')$ 。

为研究方便起见，我们在后面的公式中将全部去掉运动系变量上面的撇“'”， x' 改写为 x ；

y' 改写为 y 。即 $w = f(z)$

$$z = x + iy \quad (2-3)$$

$$\text{或 } z = r e^{i\alpha} \quad (2-4)$$

其中： $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ ， $\arg w = \alpha$ ， $\operatorname{tg} \alpha = x/y$

$$w = u + iv \quad (2-5)$$

$$u = x \cos \theta - y \sin \theta \quad (2-6)$$

$$v = y \cos \theta + x \sin \theta \quad (2-7)$$

由复变函数的映射概念：

函数 $w = f(z)$ 在几何上是把 z 平面的点集 G' 变为 w 平面的点集 G 的映射，在时空的物理意义上我们称 z 为时空原象， w 为时空映象。

时空映象由映射 $w = z_o z \quad (2-8)$

决定。

(2-8) 式中 $z_o = \cos \theta + i \sin \theta$

$$z_o = r_o e^{i\theta} \quad (r_o = 1)$$

\therefore 有 $w = e^{i\theta} r_o i \alpha$

$$w = re^{i(\alpha+\theta)} \quad (2-9)$$

以上我们把解析时空的平面旋转概念引入到复变函数领域，由复变函数的定义，我们知道运动系(S')的各点 z_1, z_2, \dots, z_n 在观测系(S)，通过映射 $w = z_0 z$ ，平面坐标相应地分别为 w_1, w_2, \dots, w_n 。在几何上， z 与 w 的位置发生了变化，当然在 z 平面的图形也会产生变化，就是说观测系中观测到图像与运动系的时空原像不同。由式(2-4)及(2-9)比较可看出实际上 w, z 的区别在于 w 比 z 偏转了一个角度 θ ，而角 θ 正是我们上一章原理(II)中所定义的时空偏转角，这一结论与解析时空的偏转概念相符。

总结以上所述内容，我们得出解析时空在复变函数意义上的几个基本特点和性质：

1. 运动系 z 中的各点 z_1, z_2, \dots, z_n 组成的时空原象，映射后变成观测系 w 的时空映象 w_1, w_2, \dots, w_n 时空原象与时空映象不同。
2. 时空映象由映射 $w = z_0 z$ 决定 [或 $w = re^{i(\alpha+\theta)}$]
3. 由于 $|z_0| = 1$ 所以时空映象与时空原象相比没有伸缩变化，只是时空映象比时空原象旋转了一个角度 θ ，即观测系与运动系相差的时空相位角为 θ 。
4. 时空相位角 θ 是独立变量，与时空原象 z 无关。
5. 由于复变函数 w 的辐角 $\text{Arg}w = (\alpha+\theta) + 2k\pi$ (k 为任意整数)，故时空的映象不是唯一的，有无穷多个。

以下讨论偏转时空的解析性问题，根据柯西-黎曼方程(Cauchy-Riemann)：

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$

若 $f(z)$ 在定义域 D 内任一点可微，且时空映象函数 $f(z) = u(x, y) + v(x, y)i$ 满足上述条件，则函数 w 在 D 内解析。

由式(2-6)，(2-7)

$$u = x \cos \theta - y \sin \theta$$

$$v = y \cos \theta + x \sin \theta$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \cos \theta \quad \frac{\partial v}{\partial y} = \cos \theta \quad \therefore \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -\sin \theta \quad \frac{\partial v}{\partial x} = \sin \theta \quad \therefore \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$

即时空映象函数 $w=f(z)$ 为解析函数，也称解析时空函数。

由复变函数有关解析函数的定理可知：

1. 曲线 $u(x, y)$ 与 $v(x, y)$ 是正交曲线。
2. $f(z)=u+vi$ 的实部和虚部都满足拉普拉斯方程(Laplace)：

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0$$

$u(x, y)$ 和 $v(x, y)$ 为共轭调和函数。

第三节 解析时空的量子化

在上一节中我们已经讨论了解析时空在复变函数下的性质，并给出了时空原象和时空映象的关系式(2-9)，即 $w = r e^{i(\alpha+\theta)}$ 。我们假设时空偏转角 θ 与一沿X方向振动的波函数有关，

且 $\theta = \omega t$, $t = x/u$, $uT = \lambda$ (r 、 α 视为常数)

$$w = r_0 e^{i(\alpha t + \alpha)}$$

$$w(x) = r_0 e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \alpha\right)} \quad (2-10)$$

(2-10) 式表示在复变函数 $w(x)$ 下该平面波的波动方程，以下将 $w(x)$ 对 x 取二阶导数：

$$\frac{dw}{dx} = r_0 i \frac{2\pi}{\lambda} e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \alpha\right)}$$

$$\frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{4\pi^2}{\lambda^2} r_0 e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \alpha\right)} \quad (2-11)$$

$$\text{根据 } E = h\nu \quad P = \frac{h}{\lambda} \quad \text{及} \quad Ec = \frac{1}{2}mv_x^2 = \frac{P^2}{2m}$$

$$\lambda^2 = \frac{h^2}{P^2} = \frac{h^2}{2mE_c}$$

代入(2-11)式，

$$\frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{8\pi^2 m E_c}{h^2} w$$

将 w 换成习惯的 ψ ，及 $E = E_c + U$ ，

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2m}{h^2}(E - U)\psi = 0 \quad (2-12)$$

(2-12)式即量子力学的基本方程，在量子力学中它是一种假设方程，在解析时空的复变函数下，薛定谔 (Schrödinger) 方程是解析时空理论的推论，但这还不能算是严格意义的理论推导，因上面推导过程中用到了量子理论和相对论的几个基本概念： $E = h\nu$ ， $E = mc^2$ 及 $E = 2E_c$ 。因此，我们有必要从解析时空理论的时空偏转原理出发，对量子理论和相对论的基础概念重新认识，进而得到更广泛、更深刻并将量子理论和相对论连系在一个方程下的新的数学表达式——时空波函数。

设一平面余弦行波在无吸收均匀媒体中沿X轴传播，波速为 u ，质点振动位移用 y 表示， y_0 为振幅，我们知道该质点的振动方程为：

$$y = y_0 \cos \omega t \quad (2-13)$$

又根据第一章中式 (1-1) $l = l' \cos \theta$ 并将 l, l' 分别用 y, y_0 表示，则

$$y = y_0 \cos \theta \quad (2-14)$$

比较 (2-13)，(2-14) 两式，若 (2-14) 式中的时空偏转角 θ 以匀角速度变化，且时空偏转角与时间 t 存在线性关系 $|\theta| = \omega t$ ，[取绝对值是因 $\cos \theta = \cos(-\theta)$] 则 (2-13)，(2-14) 两式等同，表示任何质点的自由振动的波动方程，即为时空波动方程，从更广义的意义上讲，任何简谐运动均属于时空波动方程的表现形式，我们已经不仅把 (1-1) 式看成描述空间变化的关系式，它已成为运动时空以波的方式传递不同时空体系的信息的表达式：时空波动方程。

由 (2-14) 时空波动方程式 $y = y_0 \cos \theta$ ，我们看一看由 $\theta = \omega t$ 会引出怎样的结论。

沿 y 方向的速度 u 为：

$$u = \frac{dy}{dt} = -y_0 \omega \sin \omega t \quad (2-15)$$

根据解析时空理论原理 (II)，将 (2-15) 式代入：

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \frac{u}{c} = -\frac{y_0 \omega}{c} \sin \omega t \\ &= \frac{y_0 \omega}{c} \sin(-\omega t) \end{aligned}$$

式中负号表示时空偏转圆频率方向与波粒子的波函数圆频率 ω 方向相反，但绝对值相等(或相位差为 π)。

若 $|\theta| = \omega t$ ，则 $y_0 \omega = c$

$$y_0 = cT/2\pi \quad (2-16)$$

将 (2-16) 代入 (2-14) 得到:

$$y = \frac{\lambda}{2\pi} \cos \theta \quad (2-17)$$

(2-17) 式表示波长 (或频率) 给定情况下, 运动粒子的振幅的观测结果与时空偏转角的关系式。(实际振幅 y_0 为波长 λ 的 $1/2\pi$ 倍)

以下讨论时空波的能量问题, 在此之前我们必须加一个限定条件, 即时空波函数对观测者而言应满足 $y \geq 0$, 因为空间不能为负值! 同样应有能量 $E \geq 0$ 。如图 2-1: 在周期 T 内, 满足 $y \geq 0$ 的区域为 $[0, T/4]$ 和 $[3T/4, T]$, 相对应的时空偏转角 θ 范围是 $[0, \pi/2]$, 和 $[3\pi/2, 2\pi]$ 。

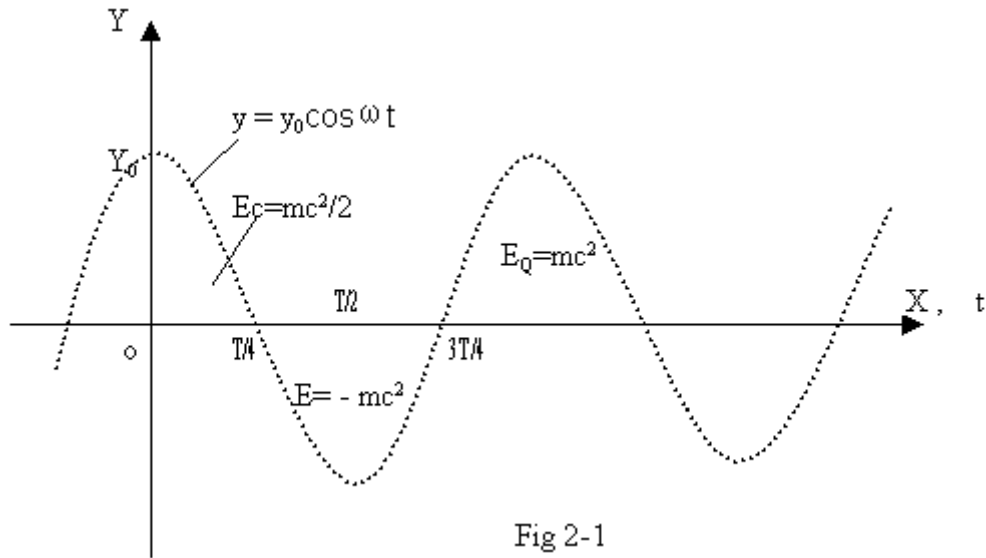


Fig 2-1

注: $t=0$ 是人为设定的相对时间起点。

由式 (2-15) 及 (2-16)

$$\begin{aligned} u &= \frac{dy}{dt} = -y_0 \omega \sin \omega t & (y \geq 0) \\ &= -c \sin \omega t \end{aligned}$$

$$E = \frac{1}{2} m u^2 = \frac{1}{2} m c^2 \sin^2 \omega t \quad (2-18)$$

(2-18) 式中的 E 仅表示时空波函数在某一时刻的能量, 我们需求出 $E(t)$ 在任一波动周期 T 内 E 的总和 (我们称之为量子能量 E_Q), 因时空波函数对观察者而言在区间 $[0, +2\pi]$ 上是不连续的; 因此, ΣE (量子能量 E_Q) 不能在区域 $[0, T]$ 内用 $\sin^2 \omega t$ 的平均值方法求出。这里我们引入一个波的功率概念, 若 t_1 时刻的波能为 E_1 , t_2 时刻的波能为 E_2 , 有 $\Delta E = E_2 - E_1$, 波能在 Δt 内的平均变化率应为 $\Delta E / \Delta t$, 波在 t 时刻的功率 W 大小应为当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, ΔE 与 Δt 比值的极限。

$$W = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{dE}{dt} = mc^2 \omega \sin \alpha t \cos \alpha t \quad (2-19)$$

$$\begin{aligned} \sum E &= \int_0^{T/4} dE = mc^2 \int_0^{T/4} \omega \sin \alpha t \cos \alpha t dt \quad \left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \right) \\ &= \frac{mc^2}{4} \int_0^{T/4} \sin 2\alpha t d(2\alpha t) \\ &= \frac{mc^2}{4} \cos 2\alpha t \Big|_{T/4}^0 \\ &= \frac{1}{2} mc^2 \end{aligned}$$

以上结果表明时空偏转角 θ 在区间 $[0, \pi/2]$ 上对应的 $T/4$ 内，粒子的动能 $\Sigma E = E_c = mc^2/2$ (E_c 表示经典能量)，它与波能是相等的。

对于时空偏转角 θ 在区间 $[0, +\infty)$ 有关波能的讨论属量子力学范畴，我们通过图2-1来加深对这一概念的认识。从图中还可以清楚地看出，在一个波动周期内量子能量 E_q 等于经典能量 E_c 的2倍，用简单的话说即经典能量 E_c 属时空偏转角 θ 在区间 $[0, \pi/2]$ 对应的能量，而量子能量 E_q 则属于时空偏转角 θ 在区间 $[2k\pi, 2(k+1)\pi]$ 内的正能量或是在每一波动周期 T 内的单位正能量，（任一周期内能量代数和为零，我们只能测到正能量！）且 E_q 、 E_c 存在如下关系：

$$\text{即} \quad E_q = 2E_c = mc^2 \quad (2-20)$$

而在 $(T/4, 3T/4)$ 区间内能量为负值。负空间、负能量均为经典理论禁区。对观察者而言，我们只能测到一份份能量，能量在区间上 $[0, +\infty)$ 不是连续的，每一份能量在 $[0, 2\pi]$ 区间上为 mc^2 。在整个区间 $[0, +2k\pi)$ 内波能以等量、等间隔出现，这一现象就是在量子力学中通常所说的能量的量子化。**能量的量子化的根本原因在于空间的不连续性！**

[注：图2-1中仅为便于理解而标出的能量分布，应该指出的是正空间里有负能量存在，而负空间中也有正能量。关于能量的具体分布状况(例如：为什么量子“自旋”两周才回到原态?)及有关时空意义下的能量本质的详细讨论将在下一章中进行。]

前面谈到了波的能量公式(2-18)不能采用计算 $\sin^2 \omega t$ 在区间 $[0, T]$ 平均值方法求出量子能量 E_q ，除了时空波函数在该区间不连续(对观察者而言)的原因外，还有一个简单的数学原因，即在给定区间内，能量的平均值不等于在定区间内能量的和。时空波是简单的弹性波。

关于 ΣE (或 E_q) 的一般解应为：

$$\sum E = \int_0^T W(t) dt = \overline{W}(t) \cdot T \quad (2-21)$$

Where $\overline{W}(t)$ is average power of wave.

根据 (2-19) 式:

$$\begin{aligned} W(t) &= mc^2 \omega \sin at \cos at \\ &= mc^2 (2\pi\nu) \cdot \frac{1}{2} \sin 2at \\ &= \pi mc^2 \nu \sin 2at \end{aligned}$$

$$\text{令 } k = \pi mc^2 \nu \quad \text{则 } W(t) = k \sin 2at$$

$$\begin{aligned} \overline{W}(t) &= k \frac{2}{T} \int_0^{T/4} \sin 2at dt \\ &= \frac{2k}{T} \frac{1}{2\omega} \int_0^{T/4} \sin 2at d(2at) \\ &= \frac{k}{2\pi} \cos 2at \Big|_0^{T/4} = \frac{k}{\pi} \end{aligned}$$

即 $\overline{W}(t) = mc^2 \nu$, 代入 (2-21) 式, 则量子能量 $E_Q = (mc^2 T) \nu$

$$\text{令 } h = mc^2 T, \quad \text{上式结果为: } E_Q = h\nu \quad (2-22)$$

h 显然是个常数, 它就是量子力学常用到的普朗克常数 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ Js}$

至此, 我们已经通过时空波函数方程得到了广义相对论及量子理论关于能量的基本表达式:

$$E_Q = mc^2, E_Q = h\nu \text{ 及 } E_Q = 2E_C$$

这样我们可以从时空波函数方程出发直接严格地证明薛定谔方程, 使其从量子理论的‘假设’成为解析时空理论的时空波函数方程下的一个理论结果!

第四节 时空波函数

由上节所述时空波函数, 设时空以波的形式沿 x 方向以速度 u 作简谐振动, 该空间内所有物质一起作自由振动, 时空波动圆频率为 ω 周期为 T , 波长和振幅分别为 λ, A , 这一随时间变化的振动用时空波函数来描述:

$$y = A \cos \omega t$$

用复变函数来表示为: $R_e(y) = Ae^{i\omega t}$, $R_e(y)$ 表示只取复数的实数部分。

由 $\omega = 2\pi/T$, $t = x/u$ 和 $uT = \lambda$

$$R_e(y) = Ae^{i\frac{2\pi x}{\lambda}} = Ae^{i\frac{2\pi x}{\lambda}}$$

Replacing $R_e(y)$ with $\psi(x)$,

$$\psi(x) = Ae^{i\frac{2\pi x}{\lambda}} \quad \text{将 } \psi(x) \text{ 对 } x \text{ 取二阶导数}$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -A\frac{4\pi^2}{\lambda^2}e^{i\frac{2\pi x}{\lambda}} \quad (2-23)$$

根据式 (2-20) $E_Q = 2E_C, E_Q = mc^2$

$$\lambda = cT, \quad c^2 = \lambda^2/T^2, \quad E_Q = m\lambda^2/T^2,$$

$$\lambda^2 = E_Q T^2/m = E_Q/v^2 m \quad (2-24)$$

又根据式 (2-22) $E_Q = h\nu, \nu = E_Q/h$ 代入 (2-24)

$$\lambda^2 = \frac{h^2}{mE_Q} \quad \text{and} \quad E_Q = 2E_c$$

$$\lambda^2 = \frac{h^2}{2mE_c} \quad (2-25)$$

将 (2-25) 代入 (2-23) 得:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{8\pi^2 m E_c}{h^2} \cdot \psi$$

又 $E = E_c + U$, E 表示波动空间内质量的总能量, U 为势能

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - U)\psi = 0 \quad (2-26)$$

同样, y, z 方向上均有上式成立:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - U)\psi = 0$$

$$\text{or } \nabla^2 \psi + \frac{2m}{h^2} (E - U)\psi = 0 \quad (2-27)$$

如果从数学意义上对时空波函数 $y(t)$ 进行分析，则函数 $y(t)$ 的傅立叶(Fourier)变换为：

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) e^{-i\omega t} dt$$

根据傅氏变换的能量积分的巴塞瓦(Parseval)等式：

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [y(t)]^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |G(\omega)|^2 d\omega$$

$$\text{式中 } |G(\omega)|^2 = G(\omega)\overline{G(\omega)} = S(\omega)$$

$S(\omega)$ 称为能量密度函数，它决定 $y(t)$ 的能量分布，对所有频率积分就可得到 $y(t)$ 的总能量。但由于时空波函数 $y(t)$ 的不连续性，所以只能用统计学方法，用概率波函数的方法求能量即量子力学中用到的归一化条件：

$$\iiint |\Psi|^2 dv = 1 \quad |\Psi|^2 \text{为几率密度}$$

(时空波函数 $y(t)$ 的傅氏变换及能量密度函数均属数学问题，我们不在此做进一步的讨论。)

式(2-27)为薛定谔方程三维空间的完整表达式，它已经不再是一种“假设”方程，成为解析时空理论关于时空波函数下的理论结果。时空波动比粒子振动(或波动)有更广泛深刻的含义，凡有空间、有物质存在的地方都存在着时空波动，无论是机械振动、电磁振荡、声音振动等均是时空波动的某种表现形式，或是在某个特定时空范围的波动，这种自然界的普遍现象在宏观或微观世界都可用时空波函数表达出来。

第五节 时空波全景

我们知道所有物理学的原理、公设、假设都源于基本物理概念，由于研究对象的差异，这些物理概念可以是具体的也可以是抽象的，科学家们应用数学方法对这些概念进行描述，并用数学方程式计算各种物理量的关系，就是说物理学中的数学方程式无法脱离物理概念而独立存在。但我们发现作为量子力学中最重要基本原理之一的薛定谔方程却缺乏应具备的物理含义，与其说是一个“原理”或“假设”，倒不如说薛定谔方程看上去更象一个结论。尽管薛定谔方程在量子力学中

有很高的应用价值，但这丝毫不能掩饰薛定谔方程作为量子力学之“原理”而存在着的本身的缺憾，也不得不使我们对‘量子大厦’的基础工程多少要产生一些怀疑。这种情况在相对论身上同样存在。在相对论中无处不在的收缩因子，其物理含义怎么解释？广义相对论把非惯性时空定义为黎曼空间，但由于黎曼几何是正曲率空间，既然广义时空是对称的，我们必然要问，负曲率空间到哪去了？难道上帝对正曲率空间有偏爱？在对上述看似简单的问题作出正确合理的回答之前，我们几乎无法令人信服地谈论所谓的‘统一理论’。今天这些问题实际上已经找到了答案，上述那些似乎毫无关系的问题都可用时空偏转原理来解释。本章并不是简单地薛定谔方程找到了数学上的证明方法，而是使其建立在更为牢固、更具代表性的时空原理之上，这同时也使我们有理由从时空偏转的概念出发去审视目前全部物理理论所处的时空位置：

时空波函数自变量 θ 定义区间			
0	$y=y_0$	第一时空	绝对时空 牛顿理论
$[0, \pi/2]$	$y=y_0\cos\theta$	第二时空	相对时空 相对论（狭义、广义）
$[0, +\infty)$	$y=y_0\cos\omega t$	第三时空	量子时空 量子力学
$[2k\pi+\pi/2, 2k\pi+3\pi/2]$ $k=0, 1, 2, \dots$ 正整数		第四时空	负空间 黑洞

第一时空——

第一时空是我们生活的时空，物理学上的第一时空概念是绝对时间，绝对空间，这种观点统治了人类几千年。直至今日，第一时空观念还在影响着人类的思维方式和哲学观点，因为第一时空世界是低速世界，几乎我们全部物理理论都是建立在‘低速世界’基础之上的，这是谁也无法改变的事实。在这一“现实”面前，物理学家们所要做的事就是把主观与“客观”的距离缩小到最小范围。

第二时空——

大约在一个世纪前，一位伟人——爱因斯坦开创了‘相对时空’领域，相对论认为时间和空间都不是绝对的，爱因斯坦发现对时空的描述与描述者间的相对运动状况有关，第一时空的绝对时空观念已不再适用。历经数年时间，他对第二时空做了精心的设计，把其描述成弯曲的，多维的，并向外凸起的正曲率空间。第二时空的发现是人类历史上很了不起的一件事，它告诉我们这样的事实，即在第二时空区域两端，一端为第一时空，另一端是黑洞世界（ $\theta=\pi/2$ ）（详见第一章），在黑洞里所有的物理理论都将失效，这对于那些“绝对”“永恒的”观点是绝妙的讽刺。遗憾的是，第二时空的成功却使爱因斯坦深陷其中，他始终都未离开第二时空一步，直至逝世，他并没有发现时空的偏转性质，也没有意识到**相对时空只是整个时空波段上很小的一部分，正象可见光是电磁波谱中很小的一段一样**。当物理学界忙于用这把“万能钥匙”开启更多的时空大门，但都归于失败而不知所措的时候，第三时空理论——量子力学却逐步完善，登上了时空舞台....

第三时空——

‘量子时空’比‘相对时空’涉及的范围更广，它把第二时空波段从 $[0, \pi/2]$ 扩展到 $[0, +\infty)$ 区间，应该说第一，二时空是第三时空的特例。第三时空的建立有着微观领域广泛实验的基础，即粒子的运动速度比宏观世界物体的运动速度大得多。但人们发现，对粒子的运动状况进行描述却比预想的要困难，我们不可能同

时确定粒子的位置和动量，而且能量分布也不是连续的。尽管它是个事实，但要说服习惯第一时空或刚从第二时空过来的人，你必须花费相当的口舌，因为第三时空理论基础的建立不象人们想象中的那样牢靠，“就这样的公式你去计算好了，不要再问为什么”。此情景确是发生在我们奉若神明的理论之中。

第三时空的“成功建立”使越来越多的科学家们相信真正的“统一理论”无非是把第一，第二，第三时空统一在一个新的理论中去。这种想法不错，但忽略了另一个重要因素，就是能量为什么不连续，“丢失”的空间哪去了？显然此问题在第三时空理论中是无法找到答案的。在本文中我们已经知道：能量的不连续性是空间不连续造成的，而空间的不连续是时空波函数在区间 $[0, +\infty)$ 上出现了负值，其物理含义为负空间，所对应的能量会出现负值，它正是我们要寻找的“丢失的空间”。从广义上讲，空间，能量都是对称的，只不过我们无法测出负空间，负能量，若要理解它们，就需要我们站在第四时空立场上来看待这一问题。

第四时空——

近年来有关反物质，负时空的概念已逐步从科幻作品中进入到一些专业书刊中，但从理论上承认反物质、负时空和负能量等的存在还需要相当的勇气，因为在我们看来，客观存在必须是实实在在的东西，负时空概念显然与传统观念格格不入，是经典理论的禁区，但对于理论工作者来说它绝不能成为想象力的桎梏。要完成第三时空向第四时空的跨越，我们必须具备坚实的理论基础。解析时空理论以最简单的数学方式描绘了从第一时空到第四时空的全景图，它使我们从整体上了解时空体系存在的客观性作了充分的理论准备并提供了必要的理论工具。我们会发现黑洞导致测量作用产生波粒二象性和其他量子现象。如果我们期待在时空问题上有所作为的话，必须应抛弃我们原有的观念——‘上帝总是对人类有所偏爱’。因为正负时空从整体上是相同的，只不过我们人类自认为站在哪一边罢了。

Turn the key, you open the door.

以上是解析时空理论第二章的内容，您已经看到我们把解析时空概念引入到了量子时空中，这是否是解析时空的全部内容？远远不是，这个时空故事或许仅仅是个开始。您会发现前两章内容仅仅涉及到时间和空间，那么质量问题如何解释？‘时空大厦’的建立怎么能够没有质量概念？时间、空间和质量的基本关系如何？这是我们在后面章节中要介绍的内容，也衷心希望您能参与关于时空问题的讨论。