

解析時空理論（一）

作者：崔思瓏 博士

人類對於時空結構的科學認識是從本世紀初狹義相對論的建立開始的，狹義相對論揭示了空間、時間和物質運動的聯系，並首次提出相對運動的兩個不同坐標系對"同一時空事件"的描述不同這一相對時空觀念，這是人類時空觀的一次飛躍。在此之後，愛因斯坦把引力場和時空幾何相結合，建立了廣義相對論；即研究非慣性系的時空關係問題。廣義相對論認為任何物質的運動都與引力場有關，我們生活在一個彎曲的黎曼空間。此後，科學家們進行了各種實驗，其結果表明：廣義相對論的判斷是正確的，這無疑確立了相對論在時空研究領域的地位。我們在學習和研究相對論過程中一直對愛因斯坦的深邃思想表示敬佩，感謝這位偉人對科學所做出的巨大貢獻。

如果從另一個方位看待時空理論的發展和創新這一問題，我們又多少感到有些困惑。自從廣義相對論建立以來的幾十年間，對相對論時空問題的研究雖然取得了某些進展，但許多複雜的時空結構問題我們依舊沒有搞清楚，"時空大廈"的基礎是什麼我們更是一無所知，經研究發現，相對論對時空結構的描述僅僅是初步的，狹義相對論的洛倫茲變換在理論完備性方面甚至存有缺陷，許多時空問題從相對論自身無法找到正確答案：

1. 相對論的收縮因子 $\sqrt{1-v^2/c^2}$ 的物理含義是什麼？
2. 在洛倫茲變換中，與相對速度 u 相垂直方向的量 y 和 z 同動系中的 y' , z' 相等，這一判斷的理論依據是什麼？
3. 譜線紅移現象在理論上是否還有其它解釋？(多普勒效應不能完全解釋紅移量問題)
4. 狹義相對論告訴我們相對運動的兩個不同坐標系對時間、空間的描述是不同的，可是我們還要問“相對運動的兩個不同坐標系對相對速度的觀測結果是否相同？”
5. 廣義相對論認為，由於引力場的存在，使空間彎曲，水星軌道的攝動是由於水星沿彎曲時空的短程線（測地線）運動，因此會產生43"/世紀的進動，那麼引力如何使時空彎曲？這一現象的本質原因是什麼？
6. 引力場的度規張量 $(g_{\mu\nu})$ 有無一般解？條件是什麼？
7. 假設一列火車以速度 v_1 高速行駛，火車上載著一輛汽車以速度 v_2 與火車相對運動，同時汽車上又射出一物體，其相對汽車的速度為 v_3 ，那麼這物體的運動如何描述？如果汽車是以加速度 a 行駛，射出的物體與汽車的運動方向有一角度 β ，該物體的運動方程怎樣建立？

顯然，對於上述時空問題的解答已完全超出了相對論涉及的範疇，要系統全面地回答上述問題，我們必須跳出相對論的理論框架，建立一個新時空體系。該體系涉及的時空問題從廣度和深度上都遠遠超過現有理論，並將現有時空理論——相對論納入其特例範圍。基於此目的，本文向您介紹一個新的時空理論，由於篇幅過長，本文將分為幾個部分，第一章主要涉及慣性和非慣性時空，第二章則統一了量子力學的全部基礎。

第一章 解析時空理論的建立

定義：設兩直角坐標系(S')和(S), (S')為運動系, (S)為觀測系。(S')中的長度 l' 為固有長度, 時間 t' 為固有時間; l, t 表示(S)相對於(S)靜止狀態下的長度和時間; 當(S')相對於(S)運動時, 在(S)中測量(S')中的長度 l 和時間 t ; 測量結果為 l, t , 則 l 為觀測長度, t 為觀測時間, l, t 均為觀測值。

下面給出解析時空理論的兩條基本原理：

(I). 時空面積相等原理----運動系(S')及觀測系(S)中的長度與時間的乘積為時空面積 S' 或 S 。運動系(S')相對於觀測系(S)靜止或運動狀態下, 時空面積是不變量; 即對任意 (l', t') 均有等式 $lt = l't'$ 成立, 上述原理的坐標方法表述為：

在(S')中任選一點 (l_1', t_1') , 那么在(S)中至少存在一點 (l_1, t_1) 滿足等式：

$l_1' t_1' = l_1 t_1$ 成立。见图1-1。

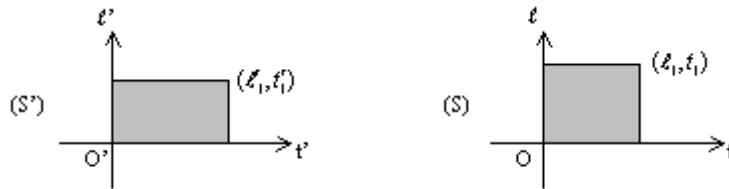


图 1-1

(II). 時空偏轉原理----若運動系(S')相對於觀測系(S)運動, 在某一時刻相對速度為 u 或 u' , 那么運動系(S')與觀測系(S)沿相對運動方向發生偏轉, 偏轉角 θ 為時空偏轉角, 時空偏轉角的大小與相對速度 u (或 u')有關, 其正弦值與相對速度 u (或 u')成正比, 即 $\sin\theta = u/c$, (或 $\sin\theta = u'/c'$), c 為光速。

图1-2 表示 (S') 与 (S) 与原点重合时的偏转情况

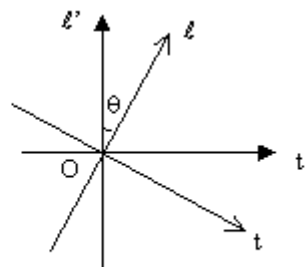


图 1-2

時空面積不變原理(I)和時空偏轉原理(II)是我們研究時空問題的基本原理。根據這兩條原理, 我們下面找出(S')與(S)的時空關係式。

設(S')與(S)在某時刻原點重合, (S')與(S)的相對速度為 u , l 與 u 方向相同, 根據原理(II), (S')與(S)產生偏轉, 如圖1-3：

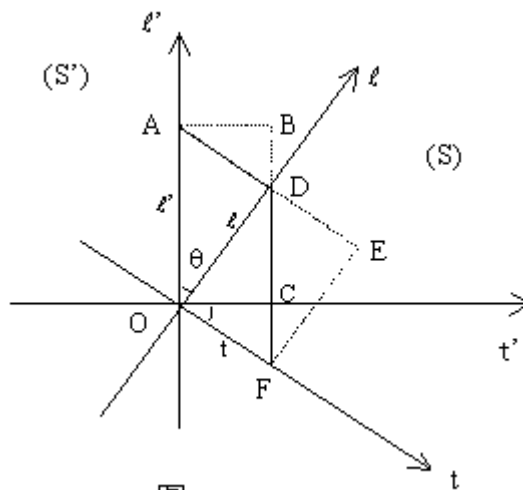


图 1-3

從圖中我們可以得到以下結果：

$$OD = OA \cos \theta$$

令： $OD = l, OA = l'$

則上式 $l = l' \cos \theta$ (1-1)

又根據原理(I), (S') 中的時空面積 S'_{ABCO} 與 (S) 的 S_{DEFO} 相等,

所以 $tl = t'l', t = t(l'/t')$ 將(1-1)代入

得 $t = t' / \cos \theta$ (1-2)

由原理(II): $\sin \theta = u/t$

$$\therefore \cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$$

$$\cos \theta = \sqrt{1 - (u/c)^2}$$

則式 (1-1), (1-2) 爲:

$$l = l' \sqrt{1 - u^2/c^2} \quad (1-3)$$

$$t = t' / \sqrt{1 - u^2/c^2} \quad (1-4)$$

圖1-3表明關係式 $\cos\theta = l/l' = t'/t$ 以及其中的 θ 與原理(II) $\sin\theta = u/c$ 中的 θ 相同。(1-3)、(1-4)這兩個等式是狹義相對論的基本公式，也是解析時空理論研究時空問題的出發點。在本文中，您將逐步看到狹義相對論的普遍結論---動尺縮短，動鐘延緩效應，正是由于時空偏轉所致，狹義相對論的收縮因子即為解析時空的偏轉因子。

下面我們求出(S')與(S)的速度關係式（非坐標關係式）：

由(1-1): $l = l' \cos\theta$, 我們選 l_1 和 l_2 ($l_1 \neq l_2$)

則 $l_1 = l'_1 \cos\theta$, $l_2 = l'_2 \cos\theta$

兩式相減 $l_2 - l_1 = (l'_2 - l'_1) \cos\theta$

$$\Delta l_{21} = \Delta l'_{21} \cos\theta \quad (1-5)$$

當 $\Delta l_{21} \rightarrow 0$,

$$dl = dl' \cos\theta \quad (1-6)$$

同理，由(1-2)可得到

$$dt = dt' / \cos\theta$$

$$dt'/dt = \cos\theta \quad (1-7)$$

則式(1-6)關於 t 微分有

$$dl/dt = \cos\theta dl'/dt$$

將(1-7)代入則有

$$\frac{dl}{dt} = \cos\theta \frac{dl'}{dt'} \frac{dt'}{dt}$$

$$dl/dt = \cos^2\theta dl'/dt'$$

$$\therefore u = u' \cos^2\theta \quad (1-8)$$

當 u 與 u' 相反時,

$$u = -u' \cos^2 \theta \quad (1-9)$$

(1-8)式表示的含義為當(S')相對(S)運動時,若(S')內有一運動速度 u' ,那麼這個速度在(S)內的相應速度為 u (u 不是坐標意義上的 u_x), u 的數值由(1-8)式決定。

本文的前面提到了洛倫茲變換存在理論缺陷,下面我們就討論這個問題:在我們所見到的所有教科書及介紹相對論的書籍中,關於洛倫茲變換都用到下面的兩個方程式,洛倫茲變換的全部結果也是由這一方程組聯立得出的結果:

$$\begin{cases} x = ut + x' \sqrt{1 - u^2/c^2} & (1-10) \\ x' = x \sqrt{1 - u^2/c^2} - ut' & (1-11) \end{cases}$$

(1-11)式是將(1-10)式中所有不帶撇的量與帶撇的量對換,且 $u = -u'$, $u'/c = u/c$ 。

洛倫茲變換並沒有解釋為什麼 $u = -u'$;這是因為 $u = -u'$ 是我們千百年來熟知的“常識”。即(S')與(S)間的相對速度大小相等,方向相反。[注:在教科書上一般都這樣寫:“將不帶撇的量與帶撇的量對換,並把 u 換成 u' 。----實際上仍是 $u = -u'$ ”]

這個方程組看上去似乎沒什麼問題,首先我們把上式寫成如下形式:

$$\begin{cases} x = ut + x' \cos \theta & (1-12) \\ x' = x \cos \theta - ut' & (1-13) \end{cases}$$

式中 $\cos \theta = \sqrt{1 - v^2/c^2}$

將(1-13)乘以 $\cos \theta$ 再整理后有:

$$\begin{cases} x' \cos \theta + ut = x & (1-14) \\ x' \cos \theta + ut' \cos \theta = x \cos^2 \theta & (1-15) \end{cases}$$

由式(1-2) $t' = t \cos \theta$ 代入(1-15),並將(1-14)、(1-15)兩式相減

$$ut - ut \cos^2 \theta = x - x \cos^2 \theta$$

$$ut(1 - \cos^2 \theta) = x(1 - \cos^2 \theta)$$

$$x = ut \quad \text{或} \quad t = x/u$$

這是我們得到方程的一個解,但這個解對我們來說沒有什麼意義。我們還可以得到方程組的其它解(包括洛倫茲變換),也就是說方程組(1-10)、(1-11)是多解方程組。由線性代數方法分析知齊次線性方程組(1-10)、(1-11)的秩 $r < n$,故該方程組有無數解;這樣,洛倫茲變換的正確性是值得懷疑的。經慎重的分析后,我們得出以下結論:

A. 洛倫茲變換中有關(S')與(S)的運動方程的解是個近似解。

B. 洛倫茲變換(1-11)式中, 關於 ut' 一項, 由于 u 與 t' 的單位不同, ut' 不能表示兩坐標系(S')與(S)原點的O'與O的距離。故該方程的表達式有問題。

C. 洛倫茲變換中, 認為相對速度 $u = -u'$ 是不正確的。

對於 $u \neq -u'$ 問題, 我們必須做進一步的說明。例如: 一列從火車站駛出的火車, 速度為80km/h, 火車上的人與車站上的人都認為這個速度即為彼此間的相對速度, u 與 $-u'$ 是“當然相等”的。但問題並不這麼簡單, 火車對地面坐標系的速度為80km/h, 而在火車這個運動系上的觀測者測出車站的退行速度為80km/h', 80km/h和80km/h'完全是兩個不同的概念, 其關鍵問題在於km/h和km/h'是否相等! 火車上的人測量速度的米尺和鐘錶與地面上的人用的米尺和鐘錶究竟是否相同?

由于我們生活在一個低速世界, 我們無法感受到不同坐標系對於同一速度的描述有何差異, 目前也找不到能感受這一差異的運動系(S'), 我們周圍的事物的運動速度與光速 c 相比實在太小。因此, 我們會輕易地得出結論: 火車上下的兩個人所用的尺子和鐘錶沒有區別, 故 $u = -u'$ (將相對速度絕對化), 這是低速思維的必然產物。實際上, 在洛倫茲變換中, 我們已經意識到在牽連速度 u_e 並非遠小于光速 c 時, 描述物體的運動不能簡單地用速度合成法 $v_a = u_e + v_r'$ 。但在如何看待牽連運動的問題上, 洛倫茲變換仍沒有完全擺脫低速思維的影響, 這是由于相對運動, $u \neq -u'$ 比其他問題更難以理解。在一般情況下, 不同坐標系的觀察者描述“同一事件”諸如時間、空間(包括點)、速度和加速度, 其結果都是不同的。沒有絕對的時間、空間、速度和加速度, 牽連速度也不例外。之所以有這樣的結論, 根本原因在於運動系(S')與觀測系(S)由于存在相對運動而發生了時空偏轉。所以, u 與 u' 的方向是不同的, 需要加偏轉系數 $\cos^2\theta$, u 與 u' 方可相等(關於這個問題的詳細討論見本文附件)。

因此, 我們必須對洛倫茲變換(1-12), (1-13)方程組進行修改。即(S')與(S)的時空關係由以下方程組確定:

$$x = x'\cos\theta + ut \quad (1-16)$$

$$x' = x\cos\theta + u't' \quad (1-17)$$

將(1-16)式中帶撇的量與不帶撇的量對換即為(1-17), 表示在不同坐標系下時空的對稱性, 這也是在不同參照系下描述同一類時空事件的必然要求。而洛倫茲變換(1-12),(1-13)式為滿足 u 與 u' 的對稱性, 兩個方程式卻不對稱, 顯然在不同坐標系下其結論是不同的。因此, 洛倫茲變換不可能得出“唯一”的正解。

由(1-17)得 $x = (x' - u't')/\cos\theta$ 再代入(1-16)

$$t = (x'\sin^2\theta - u't')/u\cos\theta$$

對 x, t 分別微分

$$dx = (dx' - u'dt')/\cos\theta$$

$$dt = (dx' \sin^2 \theta - u' dt') / u \cos \theta$$

再求對 t 的微分

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \frac{dx' - u' dt'}{dx' \sin^2 \theta - u' dt'} \cdot u \\ &= \frac{\frac{dx'}{dt'} - u'}{\frac{dx'}{dt'} \sin^2 \theta - u'} \cdot u \end{aligned}$$

由式(1-9): $u = -u' \cos^2 \theta$

再根據原理 (II) $\sin \theta = u'/c'$ 分別代入上式, 整理后得出:

$$v = \frac{v' - u'}{v' \frac{u'^2}{c'^2} - u'} \cdot (-u' \cos^2 \theta)$$

$$v = \frac{v' - u'}{1 - \frac{u'v'}{c'^2}} \cdot \cos^2 \theta \quad (1-18)$$

從上式我們可以看出: 若令 $u = -u'$, 且 $\cos \theta = 1$ 時, 又回到洛倫茲變換。也就是說洛倫茲變換是 (1-18) 式的近似解。從 (1-18) 式中我們可以解出關於 v' 的關係式:

$$v' = \frac{v - u}{1 - \frac{uv}{c^2}} \cdot \frac{1}{\cos^2 \theta} \quad (1-19)$$

(1-18), (1-19) 式看上去似乎與洛倫茲變換相似, 但它比洛倫茲變換更為深刻地反映了 (S') 與 (S) 的時空關係, 它表達的含義也超出了我們一般想象。如當相對速度 u' 為光速時, $\cos \theta = 0$, 時空偏轉 90 度; 在 (1-18) 式中, $v = 0$, 此時我們觀察不到 (S') 系的任何運動, 包括光速。顯然 (S') 是處於 "黑洞" 狀態 (即所謂時空奇點)。

我們以下研究運動系 (S') 與觀測系 (S) 的坐標變換的問題。

若運動系 (S') 相對觀測系 (S) 運動, 在某一時刻 (S') 的原點 O' 與 (S) 的原點 O 重合, 相對速度方向與 y 相同, 根據原理 (II), 則 (S') 與 (S) 發生偏轉, 偏轉角為 θ , ($o-xy$) 系與 ($o'-x'y'$) 系的旋轉角同為 θ , (如圖 1-4) 根據直角坐標系的旋轉公式:

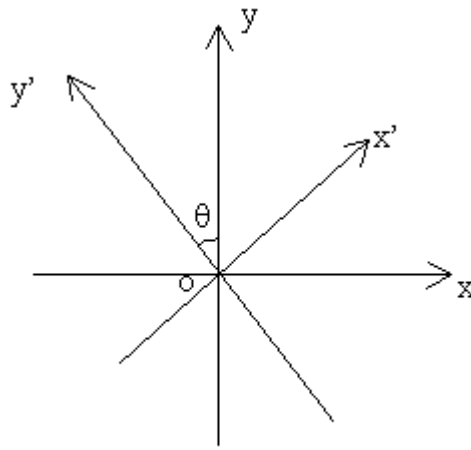


Fig 1-4

則

$$x = x'\cos\theta - y'\sin\theta \quad (1-20)$$

$$y = x'\sin\theta + y'\cos\theta \quad (1-21)$$

(1-20)和(1-21)式即為(S)與(S')的空間關係式。

在(1-21)中令 $x' = ct'$, $\sin\theta = u'/c'$ (原理II)

$$y = y'\cos\theta + u't' \quad (1-22)$$

若將(1-22)式中的 y, y' 改寫為 x, x' , 則(1-22)式與洛倫茲變換式(1-10)的時空表達方式相同, 只不過洛倫茲變換描述相對運動空間用 ut , 而不是(1-22)中的 $u't'$ 。

我們還注意到(1-20)式中的 $x \neq -x'$ (這裡的 x 相當于洛倫茲變換中的 y , y 表示垂直相對運動方向的量), 也就是說時空偏轉時垂直于相對運動方向的量 x 也要發生變化, 而不是洛倫茲變換中的 $y=y', z=z'$, 這兩種變換的不同之處在于對時空偏轉的不同認識, 盡管洛倫茲變換中沒有涉及時空偏轉概念, 但在其關係式中, 無意識地應用了旋轉法則, 如1-10式, 同時又得出垂直運動方向上的量不變的結論, 即 $y=y', z=z'$ 。這一結論是缺乏理論依據的, 或者說這一結論只對一維空間成立。由于洛倫茲變換是研究三維空間的關係式, 因此洛倫茲變換中關於 $y=y', z=z'$ 的結論不能成立。我們歸納地講, 洛倫茲變換是解析時空理論有關時空旋轉變換概念的特例, 屬于一維時空旋轉變換, 本文中(1-20) (1-21) 屬二維空間平面旋轉變換公式, 而伽利略變換是零維旋轉 (無旋轉變換)。一般情況下, 描述(S')與 (S) 的時空問題, 零維、一維、二維旋轉變換的近似程度是不同的, 尤其是在高速領域, 零維旋轉變換---伽利略變換已基本不再適用, 對於高速運動的坐標系(S')的精確描述, 應采用二維或三維旋轉變換公式。

物理學與數學有不同的地方, 只要物理方程的結論與實驗結果 '在一定精度上' 或 '在誤差允許範圍內' 相符, 人們就接受它。根據洛倫茲變換原理設計的粒子加速器至今還在應用, 說明其實用價值。解析時空理論並沒有全部否定洛倫茲變換, 只是指出它的缺陷, 它只是個近似公式, 正象相對論的出現, 使牛頓理論成為其特例, 因為相對論對客觀的描述比牛頓理論更廣泛、更精確。

以下我們求出(S')與 (S) 的二維旋轉變換的速度關係式:

由 (1-20) (1-21) 得到,

$$x = x' \cos \theta - y' \sin \theta$$

$$y = x' \sin \theta + y' \cos \theta$$

對兩式分別微分

$$\begin{cases} dx = dx' \cos \theta - dy' \sin \theta \\ dy = dx' \sin \theta + dy' \cos \theta \end{cases}$$

再分別對時間 t 微分

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} \cos \theta - \frac{dy'}{dt} \sin \theta$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dx'}{dt} \sin \theta + \frac{dy'}{dt} \cos \theta$$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt'} \cdot \frac{dt'}{dt} \cdot \cos \theta - \frac{dy'}{dt'} \cdot \frac{dt'}{dt} \cdot \sin \theta \\ \frac{dy}{dt} = \frac{dx'}{dt'} \cdot \frac{dt'}{dt} \cdot \sin \theta + \frac{dy'}{dt'} \cdot \frac{dt'}{dt} \cdot \cos \theta \end{cases}$$

將 $dt'/dt = \cos \theta$ 代入上式即得到：

$$\begin{cases} v_x = v'_x \cos^2 \theta - v'_y \sin \theta \cdot \cos \theta & (1-23) \\ v_y = v'_x \sin \theta \cdot \cos \theta + v'_y \cos^2 \theta & (1-24) \end{cases}$$

式 (1-23), (1-24) 為二維平面旋轉的速度公式, 上述公式是用幾何法導出的, 以下我們用矢量法加以證明：

若 (S) 的矢徑為: $\vec{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$

(S') 的矢徑為: $\vec{r}' = x'\mathbf{i}' + y'\mathbf{j}' + z'\mathbf{k}'$ ($\vec{r}_0 = 0$)

由式 (1-5) $\Delta l_{21} = \Delta l'_{21} \cos \theta$

$\vec{l}_{21} = \vec{l}'_{21} \cos \theta$

或寫成: $\vec{r} = \vec{r}' \cos \theta$

$$\begin{aligned}
\therefore \quad \bar{\mathbf{v}} &= \frac{d\bar{\mathbf{r}}}{dt} = \frac{d\bar{\mathbf{r}}'}{dt} \cdot \cos\theta \\
&= \cos\theta \cdot \frac{d}{dt}(x'\mathbf{i}' + y'\mathbf{j}' + z'\mathbf{k}') \\
&= \cos\theta \left(x' \frac{d\mathbf{i}'}{dt} + y' \frac{d\mathbf{j}'}{dt} + z' \frac{d\mathbf{k}'}{dt} + \frac{dx'}{dt} \mathbf{i}' + \frac{dy'}{dt} \mathbf{j}' + \frac{dz'}{dt} \mathbf{k}' \right) \\
&= \cos\theta \left[x'(\vec{\omega} \times \mathbf{i}') + y'(\vec{\omega} \times \mathbf{j}') + z'(\vec{\omega} \times \mathbf{k}') + \frac{dx'}{dt'} \frac{dt'}{dt} \mathbf{i}' + \frac{dy'}{dt'} \frac{dt'}{dt} \mathbf{j}' + \frac{dz'}{dt'} \frac{dt'}{dt} \mathbf{k}' \right]
\end{aligned}$$

上式推導過程引用了單位矢量導數的布桑公式, 整理后

$$\begin{aligned}
\bar{\mathbf{v}} &= (x'\omega_z \mathbf{j}' - y'\omega_z \mathbf{i}') \cos\theta \cdot \sin\theta + v'_x \mathbf{i}' \cos^2 \theta + v'_y \mathbf{j}' \cos^2 \theta \\
\bar{\mathbf{v}} &= (v'_x \cos^2 \theta - v'_y \cos\theta \sin\theta) \mathbf{i}' + (v'_y \cos^2 \theta + v'_x \cos\theta \sin\theta) \mathbf{j}' \\
\therefore \bar{\mathbf{v}} &= v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} \\
\therefore \begin{cases} v_x = v'_x \cos^2 \theta - v'_y \cos\theta \sin\theta \\ v_y = v'_y \cos^2 \theta + v'_x \cos\theta \sin\theta \end{cases}
\end{aligned}$$

結果與 (1-23) (1-24) 相同, 証畢。

以上我們運用解析時空理論的兩條基本原理在狹義相對論範圍討論了時空關係問題。在非慣性系, 即相對速度為變速運動時, 原理 (I)、(II) 仍然適用。因此, 我們有必要將時空問題引入到廣義相對論涉及的領域。盡管引力場問題只是非慣性時空問題中的一部分內容, 我們依然把引力場問題作為重點研究課題。

1. 太陽光譜線的引力紅移

我們知道太陽系內行星圍繞太陽的公轉速度公式可由萬有引力定律及牛頓第二定律得出：

$$v = \sqrt{\frac{GM_s}{R}} \quad \text{式中 } M_s \text{ 为太阳质量, } R \text{ 为行星到太阳的距离}$$

假設在太陽表面有一行星 X_s 繞太陽運動, 那么這顆行星 X_s 的運動速度為：

$$v_s = \sqrt{\frac{GM_s}{R_s}} \quad R_s \text{ 为太阳半径, 我们称 } v_s \text{ 为无轨迹运动速度}$$

如果我們把觀測系 (S) 建立在地球上, 運動系 (S') 相應地建立在行星 X_s 上, 那么 (S') 相對 (S) 產生相對運動速度 u , 且 $u = v_s$ 。

根據前面所求出的公式 (1-24)

$$v_y = v_x' \sin \theta \cos \theta + v_y' \cos^2 \theta$$

$$\because v_x' = 0$$

$$\therefore v_y = v_y' \cos^2 \theta = v_y' (1 - u^2 / c^2)$$

$$\frac{v_y' - v_y}{v_y'} = \frac{u^2}{c^2}$$

令 $v_y' - v_y = \Delta v$

Δv 表示(S')與(S)描述同一速度的差值。

$$\frac{\Delta v}{v_y'} = \frac{u^2}{c^2}$$

令 $v_y' = c$, 即 $\Delta v = \Delta c$

$$\therefore \frac{\Delta c}{c} = \frac{u^2}{c^2} \quad (1-25)$$

$$\because \frac{\Delta c}{c} = \frac{\Delta v \lambda}{v_c \lambda} = \frac{\Delta v}{v_c}$$

式中 v 和 λ 分別表示光的頻率和波長

$$\therefore \frac{\Delta v}{v_c} = \frac{v_s^2}{c^2} = \frac{GM_s}{R_s c^2} \quad (1-26)$$

(1-26) 式與廣義相對論的結果相同, 計算出太陽光譜線的紅移值為:

$$\frac{\Delta v}{v_c} = 2.12 \times 10^{-6}$$

在 (1-26) 式推導中有一個概念值得注意, 就是光譜線的紅移並不一定完全由退行速度決定, 如果某顆恆星密度極大, 那么即使這顆恆星與太陽系的相對速度很小時, 其光譜線仍會有很大的紅移。這就意味著譜線紅移現象除了與退行速度有關外, 還與恆星的密度有關。另一個與譜線紅移有關的現象就是光線的偏轉, 以下我們就討論這個問題。

2. 引力場中的 "光線彎曲"

光線在引力場中會產生彎曲, 廣義相對論這一判斷得到了實驗証實, 我們也沒有必要懷疑這

個事實, 但如何理解這個現象, 我們可從以下的公式的推導過程得到一些結論。

由式 (1-25) :

$$\frac{\Delta c}{c} = \frac{u^2}{c^2}$$

令 $\sin \alpha = \Delta c / c$ α 為光線偏角:

$$\sin \alpha = \frac{u^2}{c^2} \quad (1-27)$$

我們可以根據式 (1-27) 求出太陽光線的偏角 :

$$\sin \alpha_s = \frac{v_s^2}{c^2}$$

當 α_s 很小時有

$$\alpha_s = \frac{GM_s}{R_s c^2}$$

由于太陽光線的偏角 α_s 極小, 且觀測十分困難, 因此我們需要借助日全食來觀測其它恆星的光線偏角。

若我們所觀察的恆星 X 同太陽情況相類似, 屬於穩定型恆星, 且該恆星的密度同太陽相近, 即有 :

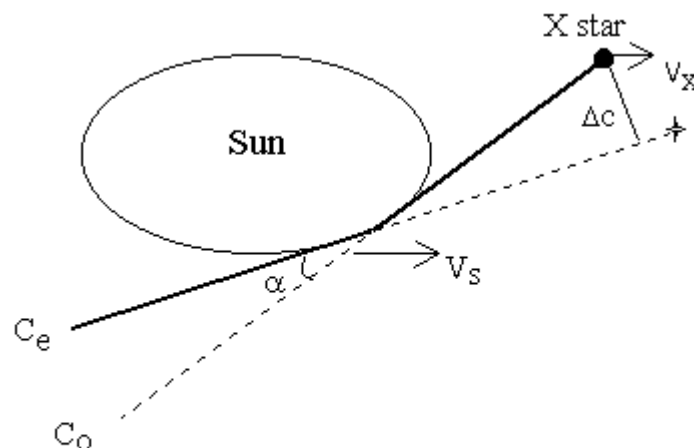


Fig 1-5

$$\sqrt{\frac{GM_s}{R_s}} \cong \sqrt{\frac{GM_x}{R_x}} \quad \therefore v_s \approx v_x$$

那麼，在日全食時這顆恆星的光線經過太陽表面會發生偏轉，如圖1-5。

由式(1-27),

$$\sin \alpha = \frac{u^2}{c^2}$$

且 $u = v_s + v_x$

$$\sin \alpha = \frac{(v_s + v_x)^2}{c^2} \quad (1-28)$$

$$\alpha_x = \frac{(2v_s)^2}{c^2} = \frac{4v_s^2}{c^2}$$

$$\therefore \alpha_x = 4 \frac{GM_s}{R_s c^2} \quad (1-29)$$

這個光線偏角 α_x 並不僅僅由太陽引力造成光線彎曲,而是由于太陽與X星系統相對地球產生無軌跡運動,其速度 $u = v_s + v_x$,而造成光線在太陽表面的"彎曲"現象。 α_x 實際上為太陽與X星光線總偏角。根據式(1-29),得出 $\alpha_x = 1.75''$;這個結果為式(1-28)的近似值。若X星為白矮星一類的恆星,計算其光線偏角應采用式(1-28)。

3. 水星軌道的"攝動"

廣義相對論根據太陽引力場的史瓦西度規,求出了水星進動偏轉角公式為如下形式:

$$\Delta\phi = \frac{24\pi^3 a^2}{T^2 c^2 (1-e^2)}$$

根據這個公式,廣義相對論解決了水星軌道的剩余進動問題。

下式(1-30)是我們根據解析時空理論推導出的關於水星進動公式(限于篇幅推導過程略),用這一理論得出的計算結果,同相對論的推論及實際觀測結果相同:

$$\Delta\bar{\Psi} = \frac{\pi \bar{v}^3}{ac^2} \quad (1-30)$$

式中 $\Delta\bar{\Psi}$ 為平均進動角速度; \bar{v} 為水星軌道平均速度; a 為水星軌道半長徑

由(1-30)求出的水星軌道進動值為43.08"/世紀；該式還可計算金星、地球和其他行星的進動值。

如果說式(1-30)解決太陽系內行星的‘攝動’問題不足為奇，只不過是重複前人的成果的話，那麼我們用解析時空理論已一舉攻克了DI海格立斯雙星進動的難題，這一成果具有極其重要的意義，它對於證明解析時空理論的正確性提供了重要的佐證。與我們相距2000光年之遙的DI海格立斯雙星進動問題近年來一直困擾著天文學界，美國賓西法尼亞州Villanova大學的兩位天文學家的愛德華·吉南和弗蘭克·馬洛尼當時根據八十四年中觀測到的3000多個軌道歷史數據分析該雙星運行規律，計算出其累積進動值僅為0.64度，而按照廣義相對論的理論公式計算，得出的理論進動值為2.34度！相對論的理論值與實際結果相距甚遠，相對論的計算公式適用的廣泛性已經受到了懷疑。天文學界對此問題各種解釋均不能自圓其說，唯一可行的方案就是對相對論進行徹底修正，並創建一個新的時空理論來解決此類問題。由(1-30)式的計算出的結果為0.66度，它與實際值的符合程度足以說明解析時空理論適用範圍已超出了太陽系空間，同時也彌補了相對論的理論不足。這裡我們必須明確一點：解析時空理論的出現並非要完全推倒相對論大廈，恰恰相反，正像當初由於相對論的建立，解決了牛頓理論無法解釋水星攝動一樣，它完善和發展了科學理論，使人類對自然的認識又前進了一步。

以下我們給出DI海格立斯雙星的有關數據*，讀者有興趣可自行對比驗算：

$$M_1=5.2M_s \quad M_2=4.5M_s \quad \text{太陽質量}M_s=1.99 \times 10^{30} \text{ kg} \quad \text{公轉周期}T=10.55\text{d}$$

$$\text{(累積進動值為84年)} \quad \text{偏心率}e=0.489 \quad \text{軌道半長徑}a=3.27 \times 10^{10} \text{ m}$$

$$\text{近端軌道速度}v_a=2.02 \times 10^5 \text{ m/s} \quad \text{遠端軌道速度}v_b=1.19 \times 10^5 \text{ m/s} \quad \text{算術平均速度}\bar{v}=1.60 \times 10^5 \text{ m/s}$$

將以上有關數據代入式(1-30)得出的84年累積進動值理論結果為： $\Psi=0.66$ 度（實測值為0.64度，廣義相對論的理論計算值為2.34度）。

*注：文中部分數據摘自*Astronomical Journal* v 90 p 1519 by E. F. Guinan and F. P. Maloney (1985)和<<神奇的物質世界>> P.15 相對論質疑---黃賢福

以上我們已經討論了廣義相對論中的譜線紅移，光線的引力彎曲及水星軌道進動計算問題。本文到此已經回答了文章開始時所提的一些問題，希望您對新時空理論有一初步了解，由於我們尚未涉及時空結構問題，所以在文章中我們對時空現象（如時空彎曲等）僅做了簡單的解釋。

時空結構問題屬於物理學基礎理論中最重要的概念之一，對這一問題以及有關廣義相對論的引力場方程中的度規張量（ $g_{\mu\nu}$ ）的表達式問題的討論我們將在以後的章節中進行。

另外，您可能注意到了本文中提出的兩個基本原理----時空面積不變原理(I)和時空偏轉原理(II)，並未提及光速不變的基本原則，但本文的所有的理論結果都與相對論的有關結論一致或等同（洛倫茲變換除外）。實際上，原理（I）和（II）概括了光速不變的基本原則，但又比光速不變原理及廣義協變原理更廣泛，更深刻地揭示了運動時空的內在聯系。您也許要問：“為什麼用解析時空理論的簡單方法可以解決廣義相對論的複雜問題”？對這一問題的回答，首先我們需要站在較高層次上看待物理學與數學的關係，這樣才能使我們清楚地知道判斷一個理論對客觀的描述正確與否究竟取決于它的物理概念還是它所採用的數學方法。

在探索時空奧秘的過程中，我們的思維方式及研究時空問題的出發點往往比采用何種數學手段更為重要，因為數學畢竟只是研究工具。數學上的完美與其描述的客觀世界的真實程度兩者之間不能劃等號，究竟哪一種數學方法或手段所描述的客觀世界更接近客觀事實，更具代表性和一般性，只能用實踐的方法來檢驗。對這一問題這裡談一點看法：

首先需要指出的是廣義相對論運用黎曼幾何雖然解決了一些非慣性時空問題，但把非慣性時空完全歸于黎曼空間未免過于主觀和牽強。在這一章中我們看到解析時空理論並沒有采用“彎曲的黎曼空間”的數學方法，同樣解決了非慣性時空的問題，這說明黎曼幾何儘管是完美的數學表達式，但它並非是唯一描述非慣性時空的數學手段。因此，把非慣性時空認定為黎曼空間是廣義相對論建立以來我們對於非慣性時空問題認識上的誤區。回顧歷史我們知道，在相對論出現以前相當長的一段歷史時期內，人們公認伽利略變換在數學上是完美無缺的，它反映了客觀時空世界的“真實性”，但隨著相對論的出現，這一傳統的觀念被打破了，今天我們已經知道伽利略變換只是對低速世界的描述而已，其‘完美’和‘真實’是有局限性的。這一事實告訴我們：沒有哪一個物理理論或其數學表達式是絕對正確的，可以“絕對”地反映客觀事實，因為絕對真理是不存在的。迄今為止，人類在物理學上取得的所有科學成果，都不過是我們在那些描述客觀的相對真理及相對正確的理論中選擇一個被廣泛接受並具有代表性又更接近自然本質的理論做為我們認識自然和研究自然的工具。這一點過去是這樣，今后也還將是這樣。

廣義相對論直到今日很難為廣大普通讀者掌握和接受，除了理解它需要一定時空理解能力外，更主要的原因在于要掌握這一理論的精髓需具備相當深厚的數學基礎，這對於一般學者來說是十分困難事情。在廣義相對論取得巨大成功的背后，我們還應當清醒看到，廣義相對論把簡單朴素的時空問題引入到華麗而又深不可測的黎曼空間，一方面我們搞不清是研究物理還是數學，數學已由‘工具’變成‘主人’，這本身已違背了我們研究初衷。另一方面，廣義相對論的實質是引力理論，並非嚴格意義上的時空理論，它應屬於某一時空理論的應用范疇，在更好的時空理論出現之前，人們自然把相對論當做“時空理論”來看待。好在解析時空理論的建立，使我們在研究時空問題時又有了一新的起點，和新的方法，我們對時空世界又有了一個新的認識，但我們還將面臨新的挑戰.....

我們在前面對廣義相對論已經做出過的一些推斷和結論（包括引力紅移、水星軌道攝動等）重新做了論證。盡管如此，作為一個新的時空理論的創立，這些理論上的論證仍是不夠的。我們需要（也必須）提出若干相對論未曾做出過的，或無法做出的全新推論：

推論1. 0.71c處的時空光錐頂點

由二維空間關系式（1-20）：

$$x = x' \cos \theta - y' \sin \theta$$

$$\text{令 } x' = y' = ct'$$

$$\text{則 } x = ct'(\cos \theta - \sin \theta)$$

$$\text{再令 } x = 0 \quad \text{且 } t' \neq 0$$

$$\text{則 } \cos \theta - \sin \theta = 0 ; \quad \text{tg} \theta = 1 \quad \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$\because \cos \theta = \sqrt{1 - u^2/c^2} \quad (\theta = \frac{\pi}{4})$$

$$\therefore u = \frac{\sqrt{2}}{2}c$$

$$u \approx 0.71c$$

上式結果表明，當時空偏角為45度，(S')與(S)的相對速度 $u = 0.71c$ 時，(S)中與相對運動方向垂直的量 x （或 z ）為零，此時的時空意義為(S')中的物體在我們的視線中消失。換句話講，我們看不見相對速度為 $0.71c$ 的任何物體，即使該物體從我們眼前飛過。（這個結論在洛倫茲變換中是不存在的），當相對運動速度 $u > 0.71c$ 時，該物體會從反方向重新出現，即產生所謂光錐現象，光錐的頂點在 $0.71c$ 處。這一時空效果在宏觀、微觀上都是相同的。因此，我們可從實驗室觀察粒子的運動，以証實這一推論的正確與否。

與這一推論相符的驚人事實是：1.任何物體，無論其空間尺度大小，只要其達到相對速度 $u = 0.71c$ 或時空偏角為45度時，那麼這個物體將沒有空間屏障！2.當相對運動速度 $u > 0.71c$ 時會產生因果倒置現象，即在我們正常時空情況下岸時間順序發生的從空間A到B的事情，在那裡的順序為B到A。

推論2. 時空偏轉會導致光產生雙折射現象

我們在前面說過，在時空偏轉的情況下，時間、空間、運動速度等均會發生變化，那麼光線在此情況下與常態時會有何不同呢？能否用 "光速不變" 一句話概括？我們的結論是否定的！我們推斷：從運動光源發出的光，在時空偏轉情況下會產生 "雙折射" 現象，即光線分裂成兩束：一束光稱為尋常光線，我們用 c_o 表示，尋常光線 c_o 在各方向上的傳播速度相等，且符合光速不變原理及光的折射定律；另一束光線稱為非常光線，用 c_e 來表示。非常光線 c_e 的傳播速度隨方向的不同而改變，並與光源的運動狀態有關。 c_e 既不遵守光速不變原理，也不符合光的折射定律。

下面我們給出非常光線 c_e 的速度公式：

$$\text{由 (1-18) 式} \quad v = \frac{v' - u'}{1 - \frac{u'v'}{c'^2}} \cos^2 \theta$$

令： $v' = c'$ 表示我們測量 (S') 中的光速

$$v = \frac{c' - u'}{1 - \frac{u'}{c'}} \cos^2 \theta = c' \frac{1 - u'/c'}{1 - u'/c'} \cos^2 \theta = c' \cos^2 \theta$$

$$\text{再令 } c' = c \quad \text{則有 } v = c \cdot \cos^2 \theta \quad (1-31)$$

由前面推斷知：(1-31) 式中的 v 即為 c_e

即有 $c_e = c \cos^2 \theta$

$$c_e = c(1-u^2/c^2) \quad (1-32)$$

在(1-30)中,非常光線 c_e 與相對速度 u 有關,且 $c_e < c$,顯然光速不變原理對於非常光線 c_e 是不適用的。這個結論象光速不變原理提出了挑戰。除非常光線 c_e 的速度公式外,我們還需知道 C_e 與 c_e 的夾角公式,關於 c_e 與 c_e 的夾角公式,實際上我們在研究廣義相對論時已經給出了,即式(1-28)並見圖1-5;這裡我們需補充說明一點,非常光線 c_e 沒有譜線紅移現象,而尋常光線 c_e 均會產生譜線紅移。

剩下的事就是如何證明 c_e 的存在,及 c_e 的速度是否小于真空的光速 c ?

1. 利用日蝕測量X星折射光的速度,即非常光線的光速, c_e 由以下公式計算:

$$c_e = c \left(1 - 4 \frac{GM_s}{R_s c^2} \right)$$

(在此情況下,測出的 c_e 比真空中的光速 C 約降低十萬分之一)

2. 如果測量精度足夠,可利用衛星或航天飛機等安裝激光反射器,測量 c_e 與 c 的差值,或利用橢圓偏振光干涉原理確定 c_e 的存在。具體方法就不在此陳述了。

上述兩個推論是對本文原理(I)和(II)的驗證,同時也是對解析時空理論的徹底檢驗;為此,我們期待著驗證結果。

附件:

關於 u 不等于 $-u'$ 問題的解釋

在前面的文章中,我們談到了解析時空理論關於洛倫茲變換的三個結論,其中之一,即相對運動速度 $u \neq -u'$ 的問題,它是爭論的焦點,很多讀者對此表示不解和疑惑。該問題顯然也是解析時空理論在推論上的一個重大預測。**這個問題的實質在于不同坐標系對"同一運動"的速度的觀察結果是否相同。**回顧歷史我們知道,狹義相對論偉大成就之一就是提出了不同坐標系對同一事件的描述不同的相對時空觀點,應該說這一觀點是狹義相對論的基本常識,否認這一點等于又倒退回"絕對空間"和"絕對時間"的伽利略變換中去了。愛因斯坦曾用一輛運動的火車來說明這一問題。在這輛運動著的火車正中間有一個觀察者,他的結論是從火車頭尾兩端同時發出的光電信號會同時到達他所在位置,但在地面上的人卻不這樣認為,(假設他與火車上的觀察者位置相同),他不是同時收到兩個光信號的,火車頭的光信號總要晚于車尾的信號,一方面說明"同時"性對不同坐標系(參照系)的觀察者來說是相對的,另一方面表明不同坐標系的時間間隔也是不同的,反過來講,在地面發生的"同時"事件,火車上的人也同樣會認為是不"同時"。用類似的方法愛因斯坦分析了空間長度對不同坐標系的觀察結果也是不同

的，即運動系中長度 l' ，在觀測系看來其長度會縮短，愛因斯坦得出的結論是：

$$l = l' (1 - u^2/c^2)^{1/2} \quad \text{及} \quad t' = t (1 - u^2/c^2)^{1/2}$$

這就是著名的動尺縮短，動鐘延緩公式。我們當然不能用動系與觀測系是否平等的觀點去看待這一現象，這一結論的偉大之處在於它告訴人們：在不同坐標系觀測同一時空事件（長度，時間）其結果是不同的，它基于的根本原理就是光速不變原理。前面所提到火車的首尾兩個信號不會因為火車的相對速度不同而改變信號同時到達火車上的觀察者所在的位置及到達該位所需要的時間，而這恰恰是由于光速與運動光源的運動狀態無關所產生的效果。

誠然，在相對論提出時間、空間對不同坐標系觀察者是不同的觀點之后的很長時間裡，人們忽略了這樣一個問題：不同坐標系的觀察者對速度（特別是相對速度）的描述是否相同？我們回到了本文開始提到的問題。狹義相對論的洛倫茲變換否認相對速度（或稱牽連速度）對不同坐標系有何差異，故認為 $u = -u'$ ，這就是解析時空理論與相對論的重大分歧之一。解析時空理論認為，由於時空發生了偏轉，不僅指時間、空間發生了變化，對不同坐標系來講，速度、加速度等一切都在改變，牽連速度是不能例外的，因為牽連運動本身也是我們在某一參照系中描述物體運動的量，這個量為什麼"必須"要與運動系（ S' ）上的觀察者結論一致呢？我們為什麼要賦予牽連速度"絕對"的優惠呢？這是我們在相對運動時空問題認識上的一個誤區。

另外我們知道任何物理量都是有基本單位的，如時間s、長度m、溫度K、加速度 m/s^2 、力N等，但對於不同參照系下時空單位量的統一問題我們卻很少提及或根本沒有意識到該問題的重要性，這也是理論物理學上的一個盲點。我們只想簡單地在這裡說明一下： u 的基本單位可用 m/s ， u' 則用 m'/s' 。我們無法證明 $u = -u'$ 的關係式可以成立，除非： $m = m'$ ， $s = s'$ ，如果是這樣的話，我們豈不是又回到了伽利略時代？既然我們已經承認狹義相對論的結論，即在不同坐標系下 $l \neq l'$ ， $t \neq t'$ ，那麼由於 l/l' 與 t/t' 的比例關係不同，因此若承認 $u = -u'$ ，必須 $l = l'$ ， $t = t'$ ，很明顯這是個自相矛盾的結論。還需補充說明一點，物理學上關於物理量的基本要求是：任何方程式等號兩端的物理量的基本單位（或是已知的等量關係）必須是統一的，否則該方程沒有物理意義。由此可見，在洛倫茲變換中 $u = -u'$ 是違背這一物理學基本要求的。

從以下的推導過程我們就會明白，為什麼解析時空理論中一定堅持

$$u = u' \cos^2 \theta \quad (\text{或} \quad u = -u' \cos^2 \theta)。$$

$$\text{令} \quad u = l/t, \quad u' = l'/t'$$

$$\text{則} \quad u = l/t' \cdot t'/t = l'/t' \cdot (l/l') \cdot (t'/t)$$

$$u = u' \cdot (l/l') \cdot (t'/t)$$

$$\text{根據(1-1)，(1-2)} \quad l/l' = \cos \theta, \quad t'/t = \cos \theta$$

$$\text{即:} \quad u = u' \cos^2 \theta$$

$$\text{如果} u \text{與} u' \text{ 方向相反，則} \quad u = -u' \cos^2 \theta$$

這就是我們在前面(1-8)、(1-9)中的結果，以上我們可以看出 $\cos \theta$ 實際上包含了(S)系與(S')系的

基本單位的換算關係，這一結果的合理性是不言而喻的。

然而問題到此並沒有結束，在解析時空中，相對速率 u 的矢量 \mathbf{u} 與 u' 的矢量 \mathbf{u}' 是不同的，即 $\mathbf{u} \neq \mathbf{u}'$ ，由于 $\mathbf{u} = |\mathbf{u}| \mathbf{u}_0$ (\mathbf{u}_0 表示單位速度矢量)， $\mathbf{u}' = |\mathbf{u}'| \mathbf{u}'_0$ ，有一點可以肯定，就是在不同坐標系下相對速度的數值不變 $|\mathbf{u}| = |\mathbf{u}'|$ 。一個物體離開我們的速度與這一物體上的觀察者認為的我們離開他的速度兩者數值（模）相等，其速率間的關係由 $u = u' \cos^2 \theta$ 確定。以上可以看出由于時空偏轉原因，兩個坐標系所涉及的速度、速率、速度數值及速度基本單位變換概念，給我們理解上帶來相當大的困難。不僅如此，這一問題本身還涉及到解系時空的一些基本性質及光線的‘雙折射’問題，它已超出了本文第一章內容範圍，故我們把對此問題的進一步討論放到后面的章節進行，屆時歡迎您多提寶貴意見。

解析時空理論（二）

作者：崔思瓏 博士

在第一章中我們已經看到了解析時空理論用一把鑰匙打開了慣性時空和非慣性時空這兩扇大門，而相對論進入這兩個領域則用了‘光速不變’和‘等效原理’兩把不同的鑰匙！實際上，解析時空理論已經解決了狹義和廣義相對論的統一問題。但這畢竟僅僅是個開始，對相對論時空的再認識，只是解析時空廣泛內容中的很小的一部分，我們還將遇到新的更複雜的時空問題。

僅僅從數學的角度來分析解析時空理論出現的必要性是遠遠不夠的，因為它畢竟是一種基礎理論，其目的並非要表現某種數學技巧，重要的是這個理論向我們說明了什麼。因此我們還需從歷史發展的角度看一看它是否符合科學發展史的一般規律，看一看解析時空理論的出現是否有它的必然性。

1915年，愛因斯坦在他風華正茂的年齡--36歲時用非歐幾何的數學方法融合了他深刻的時空理念創建了廣義相對論，這個理論震驚了當時的整個世界。從此，以廣義相對論的建立為標志，愛因斯坦開創了一個新的時空時代。然而，在此後的幾十年生涯中，這位偉人卻沒有再寫出人們期待的新的驚世之作，他晚年致力於統一場的嘗試也未獲得成功。在愛因斯坦時代和他逝世后直至今日這段不短歲月中，世界上許許多多優秀的科學家在后相對論方面的研究也沒有哪一位比愛因斯坦走得更遠。耐人尋味的是一個曾不被愛因斯坦看好的，被他稱為“上帝不擲骰子”的量子理論卻有了突飛猛進的發展，成為時空研究領域的主角，量子理論成為培養諾貝爾獎獲得者的搖籃，今天當人們還在廣義相對論和量子理論這兩座資源漸已竭盡的金礦裡拼命地尋找大統一理論的蛛絲馬跡的時候，量子理論的傑出代表----當代著名的數學家 and 理論物理學家霍金教授 Stephen W. Hawking 在他的《時間簡史》一書的結尾處這樣寫到：“然而，如果我們確實發現了一套完整的理論，它應該在一般的原理上及時讓所有人（而不僅僅是少數科學家）所理解。那時，我們所有人，包括哲學家、科學家以及普普通通的人，都能參加為何我們和宇宙存在的問題的討論”。顯然，霍金教授和其他科學家都承認廣義相對論和量子理論均存在一定的缺陷，這兩個理論都與理想的‘統一理論’有距離，那么將這兩個理論統一在一個新的理論下又如何？但廣義相對論和量子理論怎樣結合卻令科學家們頭痛，他們很難在“精通黎曼幾何有數學大師之稱的上帝”和“頑皮的擲骰子的上帝”之間進行調解或做出選擇，或許一些科學家們已開始意識到了這兩個都不是他們要找的真正上帝！如果我們相信霍金的預言有極大的可能性，並對當今這位著名學者的洞察力深信不疑的話，那么他所預言的這套完整的統一理論包容了廣義相對論和量子理論的基本原理，而不是

這兩個理論的簡單疊加。因為廣義相對論和量子理論沒有哪一個在原理上能夠及時讓所有人理解，並讓普通人可參加關於宇宙存在的討論。更為重要的是讓哲學家們參與的這場討論所談論的應是我們宇宙的最基本問題，這一永恆的課題應包括意識與存在，主觀與客觀的基本觀點，即任何自稱為Everything的理論不能回避而且必須清楚地闡明這一最古老、最基本的哲學概念的關係問題。

從歷史上看，物理學上的任何概念更新、理論突破都伴隨人類對客觀世界看法的改變，從“地心說”到“日心說”，從牛頓理論到相對論都說明了這一點。解析時空理論所涉及應是比相對論更為基礎的概念，因此它的哲學意義就顯得尤為重要。我們有必要站在哲學的高度，用哲學家（不是數學家！）的目光去審視包括解析時空理論在內形形色色的“時空理論”及“大統一理論”，只有這樣，才能發現和找到可以改變我們對客觀世界認識的理論和人類所能感知到的“客觀世界”與真實的世界還存在多大差距的理論。為此，在進一步介紹解析時空理論之前，我們首先要明確解析時空理論所提出兩個原理（時空面積相等原理和時空偏轉原理）它的哲學意義何在？它究竟改變我們思想意識中的什麼東西呢？這就是以下我們要闡述的問題：

1. 縱觀科學發展史，任何科學理論的誕生都是新舊理論相比較，新理論在原理上的突破，這一新理論的原理必須是以假說的形式出現，它是對事物本質和規律做出推測性說明。既然是假說，那麼它不能從原有的理論推出，否則就不是什麼新的理論。在假說出現的方式上，人類已經經歷了從低級到高級的過程，古人從太陽的東升西落的規律而產生的“地心假說”，從蘋果落地現象到“萬有引力假說”等，隨著工業革命的到來和實驗觀測手段的不斷進步，簡單直觀的分析方法被精密實驗和科學的觀測手段所取代，進而建立起各種理論學說，包括‘光速不變假說’、‘大爆炸宇宙假說’等。但仔細分析假說的發展歷程，不難發現，各種假說的發展與我們人類的實驗觀測手段有著必然的聯系，今天人類所掌握的觀測手段、工具、方法比伽利略的自製望遠鏡不知先進多少倍，但就觀測能力（廣度和精度）上講，其能力不可能是無限的，它已接近或將要達到人類目前所掌握觀測技術的極限。科學發展已到了人類感知的臨界處，我們應該跨出這一步，承認客觀世界並不依賴我們人類的感知而存在，人類對客觀的感知與‘真實的存在’總有差距，在這個問題上我們並不能改變什麼，上帝不會憐憫人類而改變自己的形象！解析時空理論中提出的時空面積相等原理和時空偏轉原理正是基于以上觀點而提出一個全新的假說。物理學上的各類實驗的目的和作用無非就兩個：第一是証偽；如某“假說”的推論和主要結論與實驗結果不符，那麼這個“假說”必然不成立。第二是確定“假說”的適用範圍；某一次試驗結果只能表明在此條件下該“假說”是否適用，只有當一般條件下“假說”均適用，那麼這個假說便成為人們所接受的一種理論。

“時空面積不變”和“時空偏轉”假說是科學假說發展史上的一個新的嘗試，也宣告了“超感知”時代的到來。

2. 意識與存在、精神與物質、主觀與客觀的關係如何是幾千年來哲學家們一直爭吵不休的問題，隨著科技的進步，人類對客觀世界認識的視野在不斷擴展，對這些問題的討論也在不斷的深入。所謂“客觀”即人的意識之外、不依賴人的意識而存在的東西。“萬有引力”即為客觀規律；儘管我們看不見“規律”本身，但萬有引力規律通過行星的運動狀況表現出來。客觀存在不是虛構的而是實實在在的現象，它可以通過各種形式表現出來並被人類用這樣或那樣的手段觀測到。因此，千百年來人們一直認為我們“看到的”和“觀測到的”就是客觀存在，因為這些客觀現象並不依賴我們的意識而存在著。對這一論點誰也沒有產生過懷疑，但有一個人對此首先發難，他就是愛因斯坦。本世紀初（1905年），愛因斯坦提出：當物體的相對速度較大時，這個物體沿運動方向的長度“看上去”會變短。言外之意就是：如果在地球上做兩把長度相同的尺子，其中的一個放到飛船上，當飛船高速飛離地球后我們觀測到在飛船上的這把尺子比留在地球上尺子要短一些！愛因斯坦稱這個理論為狹義相對論，上述現象是光速不變所產生的效果。這個想法對我們天經地義的“客觀”概念是個沉重的打擊。飛船上的尺子是我們親手放上去的，是個事實；觀測結果也沒有錯誤，依然是事實；我們到底相信哪一個“事實”？哪一個長度為尺子的“客觀長度”？客觀的“標準”究竟是什麼？很

遺憾，愛因斯坦對物理學的興趣要比哲學濃厚得多，他並沒有對此問題做更深入的哲學思考，直到今日也極少有人把此問題做為一個哲學上的重大問題進行討論，也幾乎沒有人對這位偉人留下的寶貴礦藏進行挖掘。可以這樣講：學習愛因斯坦的思想比模仿他的技巧更重要。在狹義相對論發表近一個世紀的今天，我們終於知道對客觀的描述本身也相對的，與描述“客觀”的描述者的狀況有關。我們還以飛船上的尺子為例，當飛船與地球相對靜止時，我們說這兩把尺子等長，尺子的真正的長度與我們看到的長度是相等的，但當飛船飛離地球時我們會發現，在飛船上的尺子的真正長度與我們所看到的尺子的長度有誤差，而且隨飛船速度的增加，這一誤差會越來越大。這一誤差並不是測量造成的，由于時空偏轉的原因，其位置也偏離我們想象的位置，就是說我們“測不準”被測的尺子（包括飛船）的位置和長度，這種現象在微觀領域最為明顯，我們不可能同時得到粒子的動量和位置的精確值。下面我們就用數學語言簡單地解釋一下：

假設一物體以很高速度離開地球，我們在地面觀測其長度變化情況：

由式 (1-1) $l=l'\cos\theta$, 式中 l, l' 分別為物體的觀測長度和實際長度，它們的差值用 δ 來表示，即：

$$\delta=l'-l=l'-l'\cos\theta=l'(1-\cos\theta) \quad (2-1)$$

要使觀測長度和實際長度接近或相等，則 $\delta\rightarrow 0$ ，故 $(1-\cos\theta)\rightarrow 0$ 或 $(1-\cos\theta)=0$

由于 $\cos\theta=(1-u^2/c^2)^{1/2}$ ，則必須 $u\rightarrow 0$ 或 $u=0$ ，這個結果顯然與假設不符。

因此我們得出結論：當被測物體具有相對速度或動量時(特別是在極高相對速度時)，永遠無法“觀測到”該物體的實際長度或確定它的位置，即無法滿足 $u\neq 0$ 而 $\delta=0$ 成立，同樣關於物體的能量和時間也存在上述關係（具體證明略）。

解析時空理論揭示了“測不準”或“不確定”原理的本質原因是時空偏轉，將“測不準”的概念擴展到宏觀領域。“測不準”不是微觀粒子的專利，它是自然界的普遍現象，只不過對宏觀物體與微觀粒子的測量方法上是有區別的。由此我們自然會推論出量子的不確定性也正是由于時空偏轉造成的。用哲學的說法即是“感知的存在”與“真實的存在”是不同的，我們無法強求這兩種“存在”的統一，只有承認兩種“存在”的客觀性，才能在探索“統一理論”的道路上邁出堅實的一步！

以往的物理學理論都是在追求“對客觀的認識”最大限度的符合“客觀的本質”這一神聖目標，人類的美好愿望並沒有減少現有的全部理論對我們所處的特殊環境的依賴，地球周圍可憐的速度環境造就了低速世界的諸多“客觀事實”，也造就了在此環境下成長起來的各種理論，它們一直到今天還影響著我們的思維方式。相對論和量子理論是分別從宏觀和微觀領域出發，最接近改變這一傳統思維方式的理論，這兩個理論幾乎同時發現我們對客觀的描述與真實的存在之間還有差距，它告訴人們的僅是人類的感知與真實的存在之間還有一條難以逾越的鴻溝，為了越過這條鴻溝，廣義相對論設計了一座用彎曲鋼架建造的“橋梁”，量子理論則用數理統計的方法計算出能到達彼岸的“人數”，但人們始終不了解產生此現象的真正原因。解析時空理論正是在這種情況下誕生的一個反映“真實的存在”與“感知世界”之間差距的理論，它用簡單的原理 時空的偏轉（不是彎曲）說明了究竟是什么原因造成了客觀存在與感知世界之間的差距，同時揭示了時間和空間的統一性----時空面積不變，這一原理完全符合宇宙對稱的法則，是自然完美的時空體現。

第二章 解析時空的量子化與時空波函數

第一節 康普頓效應

以下我們在微觀 (10^{-10}m ---- 10^{-14}m) 的範圍內，討論解析時空理論量子化問題。

由式 (2-1) : $\delta = l'(1 - \cos\theta)$

我們引入康普頓波長 λ_c , ($\lambda_c = h/mc = 2.426 \times 10^{-12}\text{m}$)

令 $l' = \lambda_c$ 代入上式

$$\begin{aligned}\Delta\lambda &= \lambda_c(1 - \cos\theta) \\ \lambda_2 - \lambda_1 &= \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) \\ &= \frac{2h}{mc} \sin^2 \frac{\theta}{2}\end{aligned}\quad (2-2)$$

式 (2-2) 即為散射的X射線康普頓公式，時空偏角 θ 為康普頓散射角。

1923年，康普頓(Compton)發現被散射的X射線波長有增大現象，稱為康普頓效應。當時認為是光子與電子碰撞的結果，因為通過賦予光子以能量 $h\nu$ 和動能 $h\nu/c$ 將光子間的碰撞用理論公式描述這一過程，並得到了上述公式[1]，這個著名公式把光子的波長增長用散射角 θ 及基本常數組合 h/mc 表示了出來。以上可以看出用解析時空的偏轉概念解釋了X射線散射問題，避免了碰撞理論的複雜計算，邁出了解析時空量子化的第一步。

[1] 《經典和近代物理學》第四冊 P. 130 [美] K.W. Ford著，陳綱等譯 高等教育出版社(1983)

第二節 解析時空的基本性質

為什麼本文所介紹的新的時空理論稱之為解析時空理論？時空是否真的‘解析’？解析時空的特點、性質是什麼？在解析時空擴展之前，我們先前還要對解析時空理論的基本概念做進一步的討論：

首先設平面運動系 (S') 為一個複數 $z' = x' + iy'$ 的集合 G' ；同時設另一平面觀測系(S)為一個複數 $w = u + iv$ 的集合 G 。根據式 (1-20) , (1-21)

$$x = x' \cos\theta - y' \sin\theta$$

$$y = x' \sin\theta + y' \cos\theta$$

令 $u = x$, $v = y$ ，顯然， z 與 w 存在一個確定的法則，使運動系(S')集合 G' 中的每一個複數 z 相對應的

另一個複數為 $w = u + iv$ $w = (x' \cos \theta - y' \sin \theta) + i(x' \sin \theta + y' \cos \theta)$, 我們稱觀測系複數 w 為運動系複數 z 的複變函數, 記作 $w = f(z)$ 。

為研究方便起見, 我們在后面的公式中將全部去掉運動系變量上面的撇 “'”, x' 改寫為 x ;

y' 改寫為 y 。即 $w = f(z)$

$$z = x + iy \quad (2-3)$$

$$\text{或 } z = r e^{i\alpha} \quad (2-4)$$

其中: $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$, $\arg w = \alpha$, $\text{tg} \alpha = x/y$

$$w = u + iv \quad (2-5)$$

$$u = x \cos \theta - y \sin \theta \quad (2-6)$$

$$v = y \cos \theta + x \sin \theta \quad (2-7)$$

由複變函數的映射概念:

函數 $w = f(z)$ 在幾何上是把 z 平面的點集 G 變為 w 平面的點集 G' 的映射, 在時空的物理意義上我們稱 z 為時空原象, w 為時空映象。

$$\text{時空映象由映射 } w = z_o z \quad (2-8)$$

決定。

$$(2-8) \text{ 式中 } z_o = \cos \theta + i \sin \theta$$

$$z_o = r_o e^{i\theta} \quad (r_o = 1)$$

$$\text{有 } w = e^{i\theta} r e^{i\alpha}$$

$$w = r e^{i(\alpha + \theta)} \quad (2-9)$$

以上我們把解析時空的平面旋轉概念引入到複變函數領域, 由複變函數的定義, 我們知道運動系 (S') 的各點 z_1, z_2, \dots, z_n 在觀測系 (S), 通過映射 $w = z_o z$, 平面坐標相應地分別為 w_1, w_2, \dots, w_n , 在幾何上, z_n 與 w_n 的位置發生了變化, 當然在 z 平面的圖形也會產生變化, 就是說觀測系中觀測到圖像與運動系的時空原像不同。由式 (2-4) 及 (2-9) 比較可看出實際上 w, z 的區別在於 w 比 z 偏轉了一個角度 θ , 而角 θ 正是我們上一章原理 (II) 中所定義的時空偏轉角, 這一結論與解析時空的偏轉概念相符。

總結以上所述內容, 我們得出解析時空在複變函數意義上的幾個基本特點和性質:

1. 運動系 z 中的各點 z_1, z_2, \dots, z_n 組成的時空原象, 映射后變成觀測系 w 的時空映象 w_1, w_2, \dots, w_n 時空原象與時空映象不同。

2. 時空映象由映射 $w = z_0 z$ 決定 (或 $w = re^{i(\alpha+\theta)}$)

3. 由于 $|z_0|=1$ 所以時空映象與時空原象相比沒有伸縮變化，只是時空映象比時空原象旋轉了一個角度 θ ，即觀測系與運動系相差的時空相位角為 θ 。

4. 時空相位角 θ 是獨立變量，與時空原象 z 無關。

5. 由于複變函數 w 的幅角 $\text{Arg}w = (\alpha + \theta) + 2k\pi$ (k 為任意整數)，故時空的映象不是唯一的，有無窮多個。

以下討論偏轉時空的解析性問題，根據柯西-黎曼方程(Cauchy-Riemann):

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$

若 $f(z)$ 在定義域 D 內任一點可微，且時空映象函數 $f(z) = u(x, y) + v(x, y)i$ 滿足上述條件，則函數 w 在 D 內解析。

由式 (2-6)，(2-7)

$$u = x \cos \theta - y \sin \theta$$

$$v = y \cos \theta + x \sin \theta$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \cos \theta \quad \frac{\partial v}{\partial y} = \cos \theta \quad \therefore \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -\sin \theta \quad \frac{\partial v}{\partial x} = \sin \theta \quad \therefore \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$

即時空映象函數 $w=f(z)$ 為解析函數，也稱解析時空函數。

由複變函數有關解析函數的定理可知：

1. 曲線 $u(x, y)$ 與 $v(x, y)$ 是正交曲線。

2. $f(z)=u+vi$ 的實部和虛部都滿足拉普拉斯方程(Laplace)：

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0$$

$u(x, y)$ 和 $v(x, y)$ 為共軛調和函數。

第三節 解析時空的量子化

在上一節中我們已經討論了解析時空在複變函數下的性質，並給出了時空原象和時空映象的關係式(2-9)，即 $w = re^{i(\alpha+\theta)}$ 。我們假設時空偏轉角 θ 與一沿X方向振動的波函數有關，

且 $\theta = \omega t$, $t = x/u$, $uT = \lambda$ (r 、 α 視為常數)

$$w = r_0 e^{i(\alpha x + \alpha)}$$

$$w(x) = r_0 e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \alpha\right)} \quad (2-10)$$

(2-10)式表示在複變函數 $w(x)$ 下該平面波的波動方程，以下將 $w(x)$ 對 x 取二階導數：

$$\frac{dw}{dx} = r_0 i \frac{2\pi}{\lambda} e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \alpha\right)}$$

$$\frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{4\pi^2}{\lambda^2} r_0 e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \alpha\right)} \quad (2-11)$$

根據 $E = h\nu$ $P = \frac{h}{\lambda}$ 及 $E_c = \frac{1}{2}mv_x^2 = \frac{P^2}{2m}$

$$\lambda^2 = \frac{h^2}{P^2} = \frac{h^2}{2mE_c}$$

代入(2-11)式

$$\frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{8\pi^2 m E_c}{h^2} w$$

把 w 換成習慣的 ψ ，及 $E = E_c + U$ ，

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - U)\psi = 0 \quad (2-12)$$

(2-12)式即量子力學的基本方程，在量子力學中它是一種假設方程，在解析時空的複變函數下，薛定諤(Schrödinger)方程是解析時空理論的推論，但這還不能算作是嚴格意義的理論推導，因上面推導過程中用到了量子理論和相對論的幾個基礎概念： $E = h\nu$, $E = mc^2$ 及 $E = 2E_c$ 。

因此，我們有必要從解析時空理論的時空偏轉原理出發，對量子理論和相對論的基礎概念重新認識，進而得到更廣泛、更深刻並將量子理論和相對論連系在一個方程下的新的數學表達式---時空波函數。

設一平面余弦行波在無吸收均勻媒體中沿X軸傳播，波速為 u ，質點振動位移用 y 表示， y_0 為振幅，我們知道該質點的振動方程為：

$$y = y_0 \cos \omega t \quad (2-13)$$

又根據第一章中式(1-1) $l = l' \cos \theta$ 並將 l, l' 分別用 y, y_0 表示，則

$$y = y_0 \cos \theta \quad (2-14)$$

比較(2-13)，(2-14)兩式，若(2-14)式中的時空偏轉角 θ 以勻角速度變化，且時空偏轉角與時間存在線性關係 $|\theta| = \omega t$ ，[取絕對值是因 $\cos \theta = \cos(-\theta)$]則(2-13)，(2-14)兩式等同，表示任何質點的自由振動的波動方程，即為時空振動方程，從更廣義的意義上講，任何簡諧運動均屬於時空波動方程的表現形式，我們已經不僅把(1-1)式看成描述空間變化的關係式，它已成爲運動時空以波的方式傳遞不同時空體系的信息的表達式：時空波動方程。

由(2-14)時空波動方程式 $y = y_0 \cos \theta$ ，我們看一看由 $\theta = \omega t$ 會引出怎樣的結論。

沿 y 方向的速度 u 爲：

$$u = \frac{dy}{dt} = -y_0 \omega \sin \omega t \quad (2-15)$$

根據解析時空理論原理(II)，將(2-15)式代入：

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \frac{u}{c} = -\frac{y_0 \omega}{c} \sin \omega t \\ &= \frac{y_0 \omega}{c} \sin(-\omega t) \end{aligned}$$

式中負號表示時空偏轉圓頻率方向與波粒子的波函數圓頻率 ω 方向相反，但絕對值相等(或相位差爲 π)。

若 $|\theta| = \omega t$ ，則 $y_0 \omega = c$

$$y_0 = cT/2\pi \quad (2-16)$$

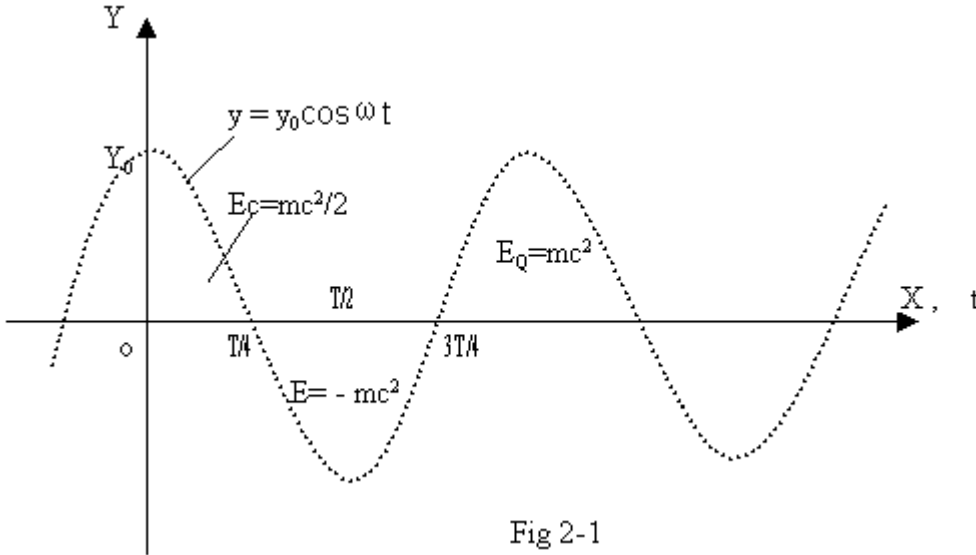
將(2-16)代入(2-14)得到：

$$y = \frac{\lambda}{2\pi} \cos \theta \quad (2-17)$$

(2-17)式表示波長(或頻率)給定情況下，運動粒子的振幅的觀測結果與時空偏轉角的關係

式（實際振幅 y_0 為波長 λ 的 $1/2\pi$ 倍）。

以下討論時空波的能量問題，在此之前我們必須加一個限定條件，即時空波函數對觀測者而言應滿足 $y \geq 0$ ，因為空間不能為負值！同樣應有能量 $E \geq 0$ 。如圖2-1：在周期 T 內，滿足 $y \geq 0$ 的區域為 $[0, T/4]$ 和 $[3T/4, T]$ ，相對應的時空偏轉角 θ 範圍是 $[0, \pi/2]$ ，和 $[3\pi/2, 2\pi]$ 。



注： $t=0$ 是人為設定的相對時間起點。

由式（2-15）及(2-16)

$$u = \frac{dy}{dt} = -y_0 \omega \sin \omega t \quad (y \geq 0)$$

$$= -c \sin \omega t$$

$$E = \frac{1}{2} m u^2 = \frac{1}{2} m c^2 \sin^2 \omega t \quad (2-18)$$

（2-18）式中的 E 僅表示時空波函數在某一時刻的能量，我們需求出 $E(t)$ 在任一波動周期 T 內 E 的總和（我們稱之為量子能量 E_Q ），因時空波函數對觀察者而言在區間 $[0, +2\pi]$ 上是不連續的；因此， ΣE （量子能量 E_Q ）不能在區域 $[0, T]$ 內用 $\sin^2 \omega t$ 的平均值方法求出。這裡我們引入一個波的功率概念，若 t_1 時刻的波能為 E_1 ， t_2 時刻的波能為 E_2 ，有 $\Delta E = E_2 - E_1$ 波能在 Δt 內的平均變化率應為 $\Delta E / \Delta t$ ，波在 t 時刻的功率 W 大小應為當 $\Delta t \rightarrow 0$ 時， ΔE 與 Δt 比值的極限。

$$W = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{dE}{dt} = mc^2 \omega \sin \omega t \cos \omega t \quad (2-19)$$

$$\begin{aligned} \sum E &= \int_0^{T/4} dE = mc^2 \int_0^{T/4} \omega \sin \omega t \cos \omega t dt \quad \left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \right) \\ &= \frac{mc^2}{4} \int_0^{T/4} \sin 2\omega t d(2\omega t) \\ &= \frac{mc^2}{4} \cos 2\omega t \Big|_{T/4}^0 \\ &= \frac{1}{2} mc^2 \end{aligned}$$

以上結果表明時空偏轉角 θ 在區間 $[0, \pi/2]$ 上對應的 $T/4$ 內，粒子的動能 $\sum E = E_C = mc^2/2$ （ E_C 表示經典能量），它與波能是相等的。

對於時空偏轉角 θ 在區間 $[0, +\infty)$ 有關波能的討論屬量子力學範疇，我們通過圖（2-1）來加深對這一概念的認識。從圖中還可以清楚地看出，在一個波動周期內量子能量 E_Q 等于經典能量 E_C 的2倍，用簡單的話說即經典能量 E_C 屬時空偏轉角 θ 在區間 $[0, \pi/2]$ 對應的能量，而量子能量 E_Q 則屬於時空偏轉角 θ 在區間 $[2k\pi, 2(k+1)\pi]$ 內的正能量或是在每一波動周期 T 內的單位正能量，（任一周期內能量代數和為零，我們只能測到正能量！）且 E_Q 、 E_C 存在如下關係：

$$\text{即 } E_Q = 2E_C = mc^2 \quad (2-20)$$

而在 $(T/4, 3T/4)$ 區間內能量為負值。負空間、負能量均為經典理論禁區。對觀察者而言，我們只能測到一份份能量，能量在區間上 $[0, +\infty)$ 不是連續的，每一份能量在 $[0, 2\pi]$ 區間上為 mc^2 。在整個區間 $[0, +2k\pi)$ 內波能以等量、等間隔出現，這一現象就是在量子力學中通常所說的能量的量子化。能量的量子化的根本原因在於空間的不連續性！

[注：圖2-1中僅為便于理解而標出的能量分佈，應該指出的是正空間里有負能量存在，而負空間中也有正能量。關於能量的具體分佈狀況(例如：為什麼量子"自旋"兩周才回到原態?)及有關時空意義下的能量本質的詳細討論將在下一章中進行。]

前面談到了波的能量公式（2-18）不能採用計算 $\sin^2 \omega t$ 在區間 $[0, T]$ 平均值方法求出量子能量 E_Q ，除了時空波函數在該區間不連續（對觀察者而言）的原因外，還有一個簡單的數學原因，即在給定區間內，能量的平均值不等于在定區間內能量的和。時空波是簡單的彈性波。

關於 $\sum E$ （或 E_Q ）的一般解應為：

$$\sum E = \int_0^T W(t) dt = \overline{W}(t) \cdot T \quad (2-21)$$

Where $\overline{W}(t)$ is average power of wave.

根據 (2-19) 式:

$$\begin{aligned}
 W(t) &= mc^2 \omega \sin at \cos at \\
 &= mc^2 (2\pi\nu) \cdot \frac{1}{2} \sin 2at \\
 &= \pi mc^2 \nu \sin 2at
 \end{aligned}$$

令: $k = \pi mc^2 \nu$ 則 $W(t) = k \sin 2at$

$$\begin{aligned}
 \overline{W}(t) &= k \frac{2}{T} \int_0^{T/4} \sin 2at dt \\
 &= \frac{2k}{T} \frac{1}{2\omega} \int_0^{T/4} \sin 2at d(2at) \\
 &= \frac{k}{2\pi} \cos 2at \Big|_{T/4}^0 = \frac{k}{\pi}
 \end{aligned}$$

將 $\overline{W}(t) = mc^2 \nu$ 代入 (2-18) 式 則量子能量 $E_Q = (mc^2 T) \nu$

令 $h = mc^2 T$, 上式結果為: $E_Q = h\nu$ (2-22)

-34

h 顯然是個常數, 它就是量子力學常用到的普朗克常數 $h=6.63 \times 10^{-34}$ Js

至此, 我們已經通過時空波函數方程得到了廣義相對論及量子理論關於能量的基本表達式:

$$E_Q = mc^2, E_Q = h\nu \text{ 及 } E_Q = 2E_C$$

這樣我們可以從時空波函數方程出發直接嚴格地證明薛定諤方程, 使其從量子理論的‘假設’ 成為解析時空理論的時空波函數方程下的一個理論結果!

第四節 時空波函數

由上節所述時空波函數, 設時空以波的形式沿 x 方向以速度 u 作簡諧振動, 該空間內所有物質一起作自由振動, 時空振動圓頻率為 ω , 周期為 T , 波長和振幅分別為 λ, A , 這一隨時間變化的振動用時空波函數來描述: $y = A \cos \omega t$

用複變函數來表示為: $R_e(y) = Ae^{i\omega t}$, $R_e(y)$ 表示只取複數的實數部分

由 $\omega = 2\pi/T$, $t = x/u$ 和 $uT = \lambda$

$$R_e(y) = Ae^{i\frac{2\pi x}{T}} = Ae^{i\frac{2\pi x}{\lambda}}$$

Replacing $R_e(y)$ with $\psi(x)$,

$$\psi(x) = Ae^{i\frac{2\pi x}{\lambda}} \quad \text{將 } \psi(x) \text{ 對 } x \text{ 取二階導數}$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -A \frac{4\pi^2}{\lambda^2} e^{i\frac{2\pi x}{\lambda}} \quad (2-23)$$

根據式 (2-20) $E_Q = 2E_C$, $E_Q = mc^2$

$$\lambda = cT, \quad c^2 = \lambda^2/T^2, \quad E_Q = m\lambda^2/T^2,$$

$$\lambda^2 = E_Q T^2/m = E_Q/v^2 m \quad (2-24)$$

又根據式 (2-22) $E_Q = h\nu$, $\nu = E_Q/h$ 代入 (2-24)

$$\lambda^2 = \frac{h^2}{mE_Q} \quad \text{and} \quad E_Q = 2E_e$$

$$\lambda^2 = \frac{h^2}{2mE_e} \quad (2-25)$$

將 (2-25) 代入 (2-23) 得：

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{8\pi^2 m E_C}{h^2} \cdot \psi$$

又 $E = E_C + U$, E 表示波動空間內質量的總能量， U 為勢能

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - U)\psi = 0 \quad (2-26)$$

同樣， y, z 方向上均有上式成立：

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - U)\psi = 0$$

$$\text{or } \nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U)\psi = 0 \quad (2-27)$$

如果從數學意義上對時空波函數 $y(t)$ 進行分析，則函數 $y(t)$ 的傅立葉(Fourier)變換為：

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) e^{-i\omega t} dt$$

根據傅氏變換的能量積分的巴塞瓦(Parseval)等式：

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [y(t)]^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |G(\omega)|^2 d\omega$$

$$\text{式中 } |G(\omega)|^2 = G(\omega)\overline{G(\omega)} = S(\omega)$$

$S(\omega)$ 稱為能量密度函數，它決定 $y(t)$ 的能量分布，對所有頻率積分就可得到 $y(t)$ 的總能量。但由於時空波函數 $y(t)$ 的不連續性，所以只能用統計學方法，用概率波函數的方法求能量即量子力學中用到的歸一化條件：

$$\iiint |\Psi|^2 dv = 1 \quad |\Psi|^2 \text{ 为 几 率 密 度}$$

(時空波函數 $y(t)$ 的傅氏變換及能量密度函數均屬數學問題，我們不在此做進一步的討論。)

式(2-27)為薛定諤方程三維空間的完整表達式，它已經不再是一種“假設”方程，成為解析時空理論關於時空波函數下的理論結果。時空振動比粒子振動(或波動)有更廣泛深刻的含義，凡有空間、有物質存在的地方都存在著時空波動，無論是機械振動、電磁振蕩、聲音振動等均是時空振動的某種表現形式，或是在某個特定時空範圍的波動，這種自然界的普遍現象在宏觀或微觀世界都可用時空波函數表達出來。

第五節 時空波全景

我們知道所有物理學的原理、公設、假設都源于基本物理概念，由於研究對象的差異，這些物理概念可以是具體的也可以是抽象的，科學家們應用數學方法對這些概念進行描述，並用數學方程式計算各種物理量的關係，就是說物理學中的數學方程式無法脫離物理概念而獨立存在。但我們發現作為量子力學中最重要基本原理之一的薛定諤方程卻缺乏應具備的物理含義，與其說是一個“原理”或“假設”，倒不如說薛定諤方程看上去更象一個結論。儘管薛定諤方程在量子力學中有很高的應用價值，但這絲毫不能掩飾薛定諤方程作為量子力學之

“原理”而存在著的本身的缺憾，也不得不使我們對‘量子大廈’的基礎工程多少要產生一些懷疑。這種情況在相對論身上同樣存在。在相對論中無處不在的收縮因子，其物理含義怎麼解釋？廣義相對論把非慣性時空定義為黎曼空間，但由於黎曼幾何是正曲率空間，既然廣義時空是對稱的，我們必然要問，負曲率空間到哪去了？難道上帝對正曲率空間有偏愛？在

對上述看似簡單的問題作出正確合理的回答之前，我們幾乎無法令人信服地談論所謂的‘統一理論’。今天這些問題實際上已經找到了答案，上述那些似乎毫無關係的問題都可用時空偏轉原理來解釋。本章並不是簡單地為薛定諤方程找到了數學上的證明方法，而是使其建立在更為牢固、更具代表性的時空原理之上，這同時也使我們有理由從時空偏轉的概念出發去審視目前全部物理理論所處的時空位置：

時空波函數自變量 θ 定義區間			
0	$y=y_0$	第一時空	絕對時空 牛頓理論
$[0, \pi/2]$	$y=y_0\cos\theta$	第二時空	相對時空 相對論（狹義、廣義）
$[0, +\infty)$	$y=y_0\cos\omega t$	第三時空	量子時空 量子力學
$[2k\pi+\pi/2, 2k\pi+3\pi/2]$ $k=0,1,2,\dots$ 正整數		第四時空	負空間 黑洞

第一時空----

第一時空是我們生活的時空，物理學上的第一時空概念是絕對時間，絕對空間，這種觀點統治了人類幾千年。直至今日，第一時空觀念還在影響著人類的思維方式和哲學觀點，因為第一時空世界是低速世界，幾乎我們全部物理理論都是建立在‘低速世界’基礎之上的，這是誰也無法改變的事實。在這一“現實”面前，物理學家們所要做的事就是把主觀與“客觀”的距離縮小到最小範圍。

第二時空----

大約在一個世紀前，一位偉人---愛因斯坦開創了‘相對時空’領域，相對論認為時間和空間都不是絕對的，愛因斯坦發現對時空的描述與描述者間的相對運動狀況有關，第一時空的絕對時空觀念已不再適用。歷經數年時間，他對第二時空做了精心的設計，把其描述成彎曲的，多維的，並向外凸起的正曲率空間。第二時空的發現是人類歷史上很了不起的一件事，它告訴我們這樣的事實，即在第二時空區域兩端，一端為絕對時空，另一端是黑洞世界（ $\theta=\pi/2$ ）（詳見第一章），在黑洞裡所有的物理理論都將失效，這對於那些“絕對”“永恆的”觀點是絕妙的諷刺。遺憾的是，第二時空的成功卻使愛因斯坦深陷其中，他始終都未離開第二時空一步，直至逝世，他並沒有發現時空的偏轉性質，也沒有意識到相對時空只是整個時空波段上很小的一部分，正象可見光是電磁波譜中很小的一段一樣。當物理學界忙于用這把“萬能鑰匙”開啓更多的時空大門，但都歸于失敗而不知所措的時候，第三時空理論---量子力學卻逐步完善，登上了時空舞台....

第三時空----

‘量子時空’比‘相對時空’涉及的范围更廣，它把第二時空波段從 $[0, \pi/2]$ 擴展到 $[0, +\infty)$ 區間，應該說第一，二時空是第三時空的特例。第三時空的建立有著微觀領域廣泛實驗的基礎，即粒子的運動速度比宏觀世界物體的運動速度大得多。但人們發現，對粒子的運動狀況進行描述卻比預想的要困難，我們不可能同時確定粒子的位置和動量，而且能量分布也不是連續的。儘管它是個事實，但要說服習慣第一時空或剛從第二時空過來的人，你必須花費相當的口舌，因為第三時空理論基礎的建立不象人們想象中的那樣牢靠，“就這樣的公式你去計算好了，不要再問為什麼”。此情景確是發生在我們奉若神明的理論之中。

第三時空的“成功建立”使越來越多的科學家們相信真正的“統一理論”無非是把第一，第

二，第三時空統一在一個新的理論中去。這種想法不錯，但忽略了另一個重要因素，就是能量為什麼不連續，“丟失的空間”哪去了？顯然此問題在第三時空理論中是無法找到答案的。在本文中我們已經知道：能量的不連續性是空間不連續造成的，而空間的不連續是時空波函數在區間 $[0, +\infty)$ 上出現了負值，其物理含義為負空間，所對應的能量會出現負值，它正是我們要尋找的“丟失的空間”。從廣義上講，空間，能量都是對稱的，只不過我們無法測出負空間，負能量，若要理解它們，就需要我們站在第四時空立場上來看待這一問題。

第四時空----

近年來有關反物質，負時空的概念已逐步從科幻作品中進入到一些專業書刊中，但從理論上承認反物質、負時空和負能量等的存在還需要相當的勇氣，因為在我們看來，客觀存在必須是實實在在的東西，負時空概念顯然與傳統觀念格格不入，是經典理論的禁區，但對於理論工作者來說它絕不能成為想象力的桎梏。要完成第三時空向第四時空的跨越，我們必須具備堅實的理論基礎。解析時空理論以最簡單的數學方式描繪了從第一時空到第四時空的全景圖，它使我們從整體上了解時空體系存在的客觀性作了充分的理論準備並提供了必要的理論工具。我們會發現黑洞導致測量作用產生波粒二象性和其他量子現象。如果我們期待在時空問題上有所作為的話，必須應拋棄我們原有的觀念----‘上帝總是對人類有所偏愛’。因為正負時空從整體上是相同的，只不過我們人類自認為站在哪一邊罷了。

Turn the key, you open the door.